FONDO PIZZOFALCONE

BIBLIOTECA PROVINCIALE

Armadio XXV

Palchetto B

Num.° d' ordine 161

26. B. 10. 24. 23

NAZIONALE
B. Prov.
XXV
59
VITT. EMANUELE III
NAPOLI

BIB PROV
XXV
51

~~B. P~~

I
293
~~Jacobi, 315-316~~

Digitized by Google

ELEMENTI

DI

MATEMATICA.

5BN
606hh6

ELEMENTI
DI
MATEMATICA

COMPOSTI PER USO
DELLA

REALE ACCADEMIA MILITARE

DAL PROFESSORE DI FISICA SPERIMENTALE,
E CHIMICA, E DIRETTORE DELLE
SCIENZE DELLA MEDESIMA.

VITO CARAVELLI

TOMO VII.

BIBLIOTECA NAZIONALE
NAPOLI

IN NAPOLI MDCCCI.
A ſpeſe di LUCA MAROTTA, e dal medeſimo
ſi vendono nella ſua Libreria, dirimpetto
al Sedile di Nilo *Num.* 10.

Con licenza de' Superiori.

UNIDO.

ELEMENTI
DI
GEOMETRIA
PRATICA.

Edizione 3 fatta in Giugno 1799.

INDICE

De' Capi contenuti in questo Tomo.

DEFINIZIONI, E NOZIONI PRELIMINARI. pag. 1.

LIBRO I.

Delle operazioni, che insegna la Geometria pratica relativamente alle linee, e agli angoli piani.

CAP. I. *Si premettono alcune operazioni, che occorrono frequentemente in fare le altre.* 23

CAP. II. *De modi di misurare di due punti della superficie d' un terreno, accessibili dall' uno all' altro la distanza orizzontale, l' altezza dell' uno per rispetto dell' altro, se sono in piani oriz-*

orizzontali diversi, e la distanza effettiva di essi. 34
CAP. III. *Delle operazioni, che occorrono nella pratica relativamente agli angoli piani.* 43
CAP. IV. *De' modi di misurare di due punti della superficie d' un terreno, inaccessibili dall' uno all' altro, la distanza orizzontale.* 59
CAP. V. *Delle operazioni, che occorrono nella pratica relativamente alle parallele, e alle perpendicolari.* 89
CAP. VI. *De' modi di misurare coll' ajuto del mezzo cerchio qualsisia altezza.* 106
CAP. VII. *Delle determinazioni, che si possono fare relativamente alle periferie, e agli archi circolari.* 115

LIBRO II.

Delle operazioni, che insegna la Geometria pratica relativamente alle superficie, e ai solidi.

CAP. I. *De' modi di determinare le quadrature delle superficie.* 120

CAP. II. *De' modi di dividere qualunque rettilineo in data ragione con una retta tirata da un dato punto esistente o nel suo perimetro, o dentro di esso.* 138

CAP. III. *De' modi di levare le piante de' terreni, degli edifizj, delle città, delle fortezze, ec., e di rappresentarle sulle carte.* 146

CAP. IV. *De' modi di determinare le solidità de' corpi.* 190

LIBRO III.

Della Livellazione.

DEFINIZIONI, E NOZIONI PRELIMINARI. 204

CAP. I. *Della livellazione per determinare se un punto d'un terreno è più alto d'un altro, e di quanto.* 223

CAP. II. *Della livellazione per fare il Profilo di qualunque terreno per qualsivoglia direzione, a fine di conoscerne le ineguaglianze, che ha per la medesima direzione.* 230

CAP. III. *Della livellazione per fare i profili necessarj di qualunque terreno, a fine di conoscerne le ineguaglianze, che ha in tutta la sua estensione.* 247

CAP.

CAP. IV. *Dell' uſo della livellazione ; e de' profili nel calcolare le quantità delle terre , che occorre calcolare , qualora ſi tratta di fare de' tagli de' terreni ,* 254

REGIAE NEAPOLITANAE

ELEMENTI DI GEOMETRIA PRATICA.

DEFINIZIONI, E NOZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

1. SI dice *Geometria pratica* la ſcienza, che dà le regole d' eſeguire coll' ajuto d' alcuni ſtrumenti e ſulla carta, e ſul terreno le operazioni fondamentali, che inſegna la Geometria teorica,

di misurare, e dividere ogni estensione, che si trova negli oggetti reali, di rappresentare sulla carta le figure de' terreni, di segnare sul terreno le figure sulla carta delineate, e di determinare finalmente di quanto un punto della superficie della Terra è più distante dal centro della medesima d'un altro.

DEFINIZIONE II.

2. Si chiama *Misura* ogni grandezza stabilita per unità, alla quale si rapporta ogni altra maggiore dell'istessa spezie, qualora se ne vuole conoscere la sua quantità.

COROLLARIO.

3. Quindi sono misure le linee delle linee, le superficie delle superficie, e i solidi de' solidi.

AVVERTIMENTO I.

4. S'adoprano per misure delle linee alcune determinate linee rette, per misure delle superficie alcuni quadrati di determinate grandezze, e per misure de' solidi alcuni cubi di grandezze anche determinate. Però le misure delle superficie, e de' solidi derivano da quelle delle linee.

AVVERTIMENTO II.

5. Le misure sono diverse ne' diversi paesi, e ogni paese ne ha di differente grandezza; il che giova non solamente per avere misure proporzionate alle grandezze diverse, che si debbono misurare, ma ben anche per poter determinare relativamente a misure minori le parti delle grandezze, che non si possono determinare relativamente a misure maggiori. Le misure delle linee presso di noi sono il *palmo*, il quale viene diviso dai nostri artefici in 12 once, e ogni oncia in 5 minuti; la *canna*, che costa di 8 palmi; e 'l *miglio*, de' quali 60 formano la lunghezza d'un grado di cerchio massimo della Terra, che costa di palmi 7025, ovvero di can. 878, e un palmo. Si divide il miglio in 1000 passi; però al passo, che relativamente al miglio dovrebbe essere di pal. 7 $\frac{1}{40}$, o di pal. 7, e min. 1 $\frac{1}{2}$, si dà lunghezza diversa; anzi tale lunghezza non è costante per tutt'il Regno.

AVVERTIMENTO III.

6. Per poter conoscere il rapporto delle nostre misure con quelle degli altri luoghi, soggiugniamo la seguente Tavola, nella quale si trovano registrate le misure di più luoghi, rapportate tutte al piede di Francia

con autorità Regia ſtabilito, come miſura coſtante per tutta la Francia, detto perciò *Piedg del Re*, e alla *teſa*, o *pertica del Caſtello di Parigi*, che coſta di 6 piedi del Re; eſſendoſi ormai tali miſure reſe univerſali tra' Matematici, a cagione delle miſure della Terra fatte con eſſe. Si dividono intanto il piede del Re in 12 pollici, ogni pollice in 12 linee, e ogni linea in 10 particelle uguali. Onde il piede del Re coſta di 144 linee, o di 1440 decime di linea.

Tavola di varie miſure.

Piede		Braccio	
Di Parigi	1440	*Amsterdam*	3060
Alipandro	1870½	*Bologna*	2640
Amſterdam	1258	*Breſcia*	2075
Bologna	1682	*Breslavia*	2438
Brabante	1266	*Berlino*	2956
Brunsvich	1260	*Costantinopoli*	3140
Danimarca	1403⅔	*Danzica*	2544
Dresda	1275	*Dresda*	2509
Geometrico	1417	*Firenze da terra*	2440. 95
Leide	1390	— *Da panno più usato*	2586. 454
Lipſia	1252		

Li-

Lisbona	1387	*Francfort*	3069
Londra	1351 $\frac{2}{3}$	*Ginevra*	5070
Padova	1580	*Hamburgo*	2540
Reno	1391 $\frac{4}{10}$	*Hannover*	2590
Svecia	1320	*Lione*	5205
Spagna	1240	*Londra* (Yard)	4055
Venezia	1540	*Lipsia*	2506
Verona	1510	*Mantova*	2062
Vienna	1400	*Milano*	2166
Palma Romano	990	*Parma, e Piacenza*	2423
— *Genovese*	1113	*Turino*	2270
— *Napoletano*	1169	*Vienna*	3445
— *Palermitano*	1073		

Miglio, o Lega in Tese.

D'Italia	951
Inghilterra	817
Russia (Wersta	550
Spagna	3260
Germania, e Ollanda	3812
Danimarca	3897
Ungheria	4398
Svecia	5445
Francia lega picciola	2000

—— *comune di* 25 *a grado , più* 15 *pertiche* 2282

—— *marina di* 20 *a grado , cioè di* 3 *miglia* 2853 .

AVVERTIMENTO IV.

7. Si noti finalmente che qualora si è determinata una grandezza relativamente a una misura , si può facilmente determinare ancora relativamente a un' altra , purchè sia nota la ragione delle due misure . Contrassegnino A , e B le grandezze di due diverse misure , e L qualunque grandezza determinata relativamente alla misura A . Contrassegnino in oltre N il numero , ch' esprime L relativamente ad A , e X il numero , che deve esprimere l' istessa L relativamente a B . Saranno $A \times N = L$, e $B \times X = L$. Dunque $A \times N = B \times X$; e perciò $B : A = N : X$. Per la qual cosa i numeri delle volte che l' istessa grandezza contiene due misure diverse hanno tra esse una ragione , ch' è reciproca di quella delle grandezze delle medesime misure . E perciò se in ordine alla misura , relativamente a cui si vuole determinare una grandezza , alla misura , relativamente a cui è stata già determinata ; e alla grandezza determinata relativamente a una delle misure si cerca il quarto proporzionale , dà sì fatto quarto proporzionale la grandezza determinata relativamente all'

al-

altra misura. Così se si vuole sapere quanti palmi napoletani è una lunghezza determinata 52 tese del Castelletto di Parigi, e piedi 2 del Re, o piedi del Re 314. Essendo il piede del Re al palm. napoletano come 1440 : 1169; se si farà 1169 : 1440 = 314 al quarto proporzionale, il quarto proporzionale darà la detta lunghezza di pal. 386, onc. 9, e min. 2, o can. 48, pal. 2, onc. 9, e min. 2.

DEFINIZIONE III.

8. Si chiama *scala* una retta segnata su d'una riga, o carta con varie divisioni, e suddivisioni, per potere rappresentare colle parti più picciole le unità di qualunque misure, e colle parti maggiori le decine.

AVVERTIMENTO I.

9. Si fa uso dalle scale per rappresentare sulla carta in picciolo spazio colle proporzioni, che ha in grande, l'estensione del piano di qualunque luogo, come d'un Edifizio, d'una Città, d'un Podere, d'un Porto, d'una Baja, ec.; e anche per rappresentare con rette proporzionali le lunghezze misurate sul terreno, per determinare le misure di altre. Perciò le scale si fanno sempre proporzionate alle grandezze de' piani, e delle linee, che si debbono rappresentare, e

all' eſtenſione maggiore, o minore, che ſi vuole ad eſſe dare ſulla carta. Così volendo rappreſentare un piano lungo pal. 400, e largo pal. 300, e rappreſentarlo in modo, che abbia ſulla carta di lunghezza onc. 20, e di larghezza conſeguentemente onc. 15, debbono onc. 20 eſprimere pal. 400; onde deve un' oncia eſprimere 20 pal., e conſeguente $\frac{1}{20}$ di oncia un pal..

AVVERTIMENTO II.

Fig. 1. 10. Si coſtruiſce dunque la ſcala nel ſuppoſto caſo a queſto modo. I. Si prenda la retta AB, che ſia $\frac{10}{20}$ di oncia, e ſi divida in 10 parti uguali; ſarà ognuna di sì fatte parti $\frac{1}{20}$ d' oncia. II. Si prolunghi AB in L, e da eſſa ſi taglino 9 altre parti BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IK, KL ognuna uguale ad AB. III. Finalmente, ſcritti nel punto B il zero, e nel punto A il 10, ſi ſcrivano ne' punti C, D, E, F, G, H, I, K, L ſucceſſivamente 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90. Sarà coſtrutta la ſcala di 100 palmi, ed eſprimeranno le parti di AB palmi, e le parti BC, CD, DE, EF, FG, GH, HI, IL diecine.

AVVERTIMENTO III.

11. Se, coſtrutta già la ſcala AL, ſi vuo-

le

le ſulla carta rappreſentare una lunghezza di 67 palmi per eſempio; ſi deve prima con un compaſſo prendere nella ſcala la diſtanza da H a O, ch' eſprime 67 pal., e poſcia adattare tale diſtanza nel ſito, che conviene Se poi, rappreſentato già ſulla carta il detto piano, ſi vuole conoſcere di quanti palmi è qualche ſua retta; ſi deve prima con un compaſſo miſurare la lunghezza di tale retta, e poſcia eſplorare in quale ſito della ſcala va adattata. Suppoſto che vada adattata da H a O, ſi conoſce allora eſſere eſſa di pal. 67.

AVVERTIMENTO IV.

12. Si noti di più che ſe nel coſtruire la ſcala fieno ſenſibili le quarte per eſempio delle parti rappreſentanti le unità della miſura; allora ſi deve la ſcala coſtruire a quest' altro modo. I. Si coſtruiſca la ſcala AL del modo già inſegnato, e da B s' innalzi su AL la perpendicolare BC di qualſiſia lunghezza. II. Per C ſi tiri ad AL la parallela DI; e, tirata CE, che congiugne il punto C coll' eſtremo E della prima parte di BA, ſi tirino per gli eſtremi delle altre parti di BA 9 altre parallele ad EC. III. Si divida AD in 4 parti uguali, e per gli punti delle diviſioni ſi tirino tre altre rette parallele ad AL. IV. Finalmente dai punti *Fig. 2.*

F,

F, H, ec., ne' quali BL è divisa in parti uguali ad AB, s' innalzino su AL le perpendicolari FG, HI, ec.. S' avrà in tal modo costrutta la scala, di cui le parti di AB, e le parti delle parallele ad AL, che tramezzano tra AD, ed EC esprimeranno le unità della misura; le parti delle medesime parallele, che tramezzano tra BC, e FG, tra FG, e HI, ec. esprimeranno diecine; ed esprimeranno d' una delle dette unità la *ab* $\frac{1}{4}$, la *cd* $\frac{3}{4}$, e la *ef* $\frac{1}{2}$. Quindi, se si vorrà sulla carta rappresentare una lunghezza di palm. 27 $\frac{1}{4}$; rappresentando *ef* $\frac{3}{4}$ di pal., *f*O pal. 7, ed *e*P pal. 20, si dovrà essa prendere della lunghezza PO.

AVVERTIMENTO V.

13. Se finalmente nel costruire la scala s' osserveranno sensibili le decime, o le dodicesime, o altre parti più picciole di quelle, che dovranno rappresentare le unità della misura; allora si dividerà AD in 10, in 12, o in altro numero maggiore di parti uguali, e per gli punti delle divisioni si tireranno le parallele ad AL. In tal modo s' avrà la scala, per mezzo della quale si potranno rappresentare non solamente le unità, e le diecine della misura, che s' adoprerà, ma ben anche le decime, le dodicesime, o altre parti più picciole delle medesime unità; anzi se la misura sarà il palmo, e la retta

AD

AD ſarà diviſa in 12 parti uguali, per mezzo della detta ſcala ſi potranno rappreſentare i palmi, le diecine, e le once di eſſe.

DEFINIZIONE IV.

14. Si dice di qualunque punto della ſuperficie terreſtre *linea verticale*, o *linea a piombo* la retta, che incontra la ſuperficie della Terra nel medeſimo punto, e, prolungata, paſſa pel centro dell' iſteſſa Terra.

AVVERTIMENTO.

15. Si noti che nella Geometria pratica poſſiamo ſenza ſenſibile errore risguardare la Terra come un corpo perfettamente sferico, e la ſua ſuperficie regolare, e conſeguentemente la ſuperficie del mare, e d' ogni acqua ſtagnante, che ne fa parte di eſſa, come una ſuperficie perfettamente sferica.

COROLLARIO I.

16. Se due linee verticali formano nel centro della terra un angolo di 1°, i punti della ſuperficie regolare della Terra, a' quali appartengono, debbono eſſere diſtanti tra eſſe per 1_0 di cerchio maſſimo della terra, e conſeguentemente di miglia 60 (§ 5). Se poi due rette verticali formano nel centro della Terra un angolo di 1', i punti del-

della ſuperficie regolare della Terra, a' quali appartengono, debbono eſſere tra eſſe diſtanti d'un miglio. Sicchè le verticali, che incontrano la ſuperficie regolare della Terra in punti meno diſtanti d' un miglio, ſono inclinate tra eſſe con un angolo meno di $\frac{1}{1}$; e perciò ſi poſſono prendere ſenza errore ſenſibile come rette parallele; e tanto più ſarà ſenſibile lo svario dal parallelismo, quanto meno ſarà la diſtanza de' punti della ſuperficie terreſtre, a' quali appartengono, e meno l'altezza di eſſe.

COROLLARIO II.

17. Quindi ſe conoſciamo una retta eſſere linea a piombo relativamente a un punto della ſuperficie terreſtre; ogni altra retta poco diſtante da eſſa, e a eſſa parallela ſi potrà ſenza errore alcuno ſenſibile prendere per linea a piombo relativamente al punto della ſuperficie terreſtre, che incontra.

DEFINIZIONE V.

18. Si chiama *piano verticale*, o *piano a piombo* ogni piano, che paſſa per una linea verticale.

DEFINIZIONE VI.

19. Una retta, o un piano ſi dice *orizzon-*

zontale per riſpetto d' un punto, ſe la verticale, che paſſa per tale punto, l' è perpendicolare.

COROLLARIO I.

20. Quindi ſe un piano è orizzontale relativamente a un punto, ogni piano, che paſſa per la retta, ch' è verticale relativamente al medeſimo punto, interſeca il piano orizzontale ad angoli retti (§ 67 *del tom.* 4).

COROLLARIO II.

21. Potendoſi inoltre le verticali a minor diſtanza tra eſſe d' un miglio prendere come parallele (§ 16); ſe una retta, o un piano è relativamente a un punto orizzontale, ogni verticale, che cade ſulla medeſima retta, o piano a minor diſtanza dal detto punto d' un miglio, ſi potrà ſenza ſenſibile errore prendere come perpendicolare all' iſteſſa retta, o piano (§ 55 *del tom.* 4). Quindi una retta, ch' è orizzontale relativamente a un punto, prolungata da ambe le parti, purchè da ciaſcuna delle parti ſia meno d' un miglio, ſi può prendere come orizzontale relativamente a ciaſcuno de' ſuoi punti; e un piano, ch' è orizzontale relativamente a un punto, per l' eſtenſione d' un miglio intorno intorno, ſi può anche

pren-

prendere come orizzontale relativamente a qualunque ſuo punto.

COROLLARIO III.

22. Di più i piani, che ſono orizzontali relativamente a diverſi punti d' un' iſteſſa verticale, o di verticali diverſe, meno diſtanti tra eſſe d' un miglio, ſono tra eſſi paralleli (§ 70 *del tom.* 4), o ſi poſſono prendere come tali ſenza errore ſenſibile. L' iſteſſo ſi dee intendere delle rette orizzontali eſiſtenti in un iſteſſo piano verticale.

COROLLARIO IV.

23. Eſſendo di vantaggio la ſuperficie dell' acqua nel mare tranquillo, ne' laghi, ne' ſtagni, ec. parte della ſuperficie sferica della Terra, ſarà ad eſſa in qualunque ſuo punto perpendicolare la verticale appartenente al medeſimo punto. E perchè le verticali a meno diſtanza d' un miglio ſi poſſono prendere come parallele ſenza errore ſenſibile (§ 16); perciò la ſuperficie dell' acqua per l' eſtenſione meno d' un miglio intorno intorno d' un ſuo punto, ſi può prendere come una ſuperficie piana, e conſeguentemente orizzontale. Quindi s' intende perchè le ſuperficie delle acque tranquille ſembrano piane all' occhio, che le guarda tra' limiti della det-

detta eſtenſione, ancorchè di propria natura ſieno ſferiche.

AVVERTIMENTO I.

24. Le oſſervazioni hanno fatto conoſcere che in ogni luogo della Terra la direzione d' un filo liberamente pendente da un punto con un peſo nella parte inferiore, qualora è quieto, è ſempre perpendicolare alla ſuperficie regolare della Terra.

COROLLARIO V.

25. Quindi conoſciamo una retta eſſere verticale relativamente a qualche punto, ſe s' oſſerva eſſere nella direzione, o parallela a poca diſtanza dalla direzione d' un filo quieto liberamente pendente da un punto con un peſo all' eſtremo inferiore. Conoſciamo inoltre un piano eſſere verticale, ſe paſſa per una retta, che combacia, o ch' è parallela, e a piccola diſtanza dalla direzione del detto filo. Conoſciamo finalmente una retta, o un piano eſſere orizzontale relativamente a un punto, ſe la direzione del detto filo l' è perpendicolare nel medeſimo punto.

AVVERTIMENTO II.

26. Si noti che quando conoſciamo la di-

direzione del detto filo essere perpendicolare a una retta, o a un piano in un punto, conosciamo anche che deve esserle perpendicolare in ogni altro punto; purchè la retta, o il piano non oltrepassi l'estensione suddetta.

DEFINIZIONE VII.

Fig. 3. 27. Si chiama *archipenzolo* lo strumento ABC, composto da tre righe di legno, o di metallo in forma di triangolo isoscele, che ha i lati ugualmente prolungati sotto la base; delle quali righe le due AB, BC sono terminate ne' piedi A, e C in un istesso piano perpendicolare a quello delle medesime righe, e l'altra o sia la traversa DE è da una retta, segnata nella sua superficie anteriore, divisa in P in due parti uguali PD, PE; e composto di più dal filo BO pendente dall'angolo B con un picciolo peso O nell'estremo inferiore.

DEFINIZIONE VIII.

Fig. 4. 28. Si chiama *perpendicolo* lo strumento, che consiste in una tavoletta rettangola ABCD, la quale ha nella superficie AC segnata la retta OP parallela ai lati AB, DC, e ha di più un picciolo chiodo in O, da cui pende il filo OP col picciolo peso P.

AV-

AVVERTIMENTO.

29. Si noti che il filo OP, acciò nell' uso di tale ſtrumento il vento non poſſa agitarlo, è coverto da un canale di legno ſoprappoſto alla tavoletta AC, eccetto che nel ſito, in cui corriſponde il peſo.

DEFINIZIONE IX.

30. Si chiama *squadra* lo ſtrumento ABC, compoſto da due righe di legne, o di metallo, che formano l'angolo retto ABC. *Fig.* 5.

AVVERTIMENTO.

31. Si fa uso di si fatto ſtrumento, qualora o ſi vuole foamare in un punto d' una retta un angolo retto, o ſi vuole innalzare ſu d' una retta da un ſuo punto una perpendicolare, o ſi vuole calare ſu d' una retta una perpendicolare da un punto eſiſtente fuori della direzione della medeſima retta.

DEFINIZIONE X.

32. Si chiamo *parallelismo* lo ſtrumento ABCD, compoſto da due righe AB, CD di legno, o di metallo, congiunte da due altre minori EF, GH uguali, e in direzioni *Fig.* 6.

parallele, che coll' allontanare le prime l' una dall' altra, conservano sempre i lati paralleli.

AVVERTIMENTO.

33. Si fa uso di tale strumento sulla carta, qualora si vuole a una retta per un punto, ch' è fuori della sua direzione, tirare una parallela.

DEFINIZIONE XI.

Fig. 7. 34. Si chiama *mezzo cerchio da tavolino* il mezzo cerchio A C B di metallo diviso ne' suoi gradi, li quali sono notati da 10 in 10 co' numeri, procedendo nella periferia esterna da sinistra a destra, nella periferia interna da destra a sinistra, e nella periferia di mezzo anche da destra a sinistra, principiando gli ultimi numeri ad esser notati dal grado quinto; e ciò a fine di poter numerare i gradi ora da una banda, e ora dall' altra, secondo esigerà il bisogno.

AVVERTIMENTO.

35. Coll' ajuto di sì fatto strumento si conoice il valore di qualunque angolo fatto sulla carta, e si forma altresì sulla carta un angolo di dato valore. Così se si vuole conoscere di quanti gradi è l' angolo DO E, la ba-

baſta ſituare ſulla carta il mezzo cerchio ACB in modo, che il centro O caschi ſul vertice dell'angolo, e che il raggio OB caſchi ſul lato OE; poichè il numero corriſpondente nella periferia interna al punto, in cui viene eſſa incontrata dal lato OD, dà il numero de' gradi dell' angolo DOE. Se poi nel punto O della retta OE ſi vuole formare un angolo di dato numero di gradi; baſta mettere ſulla carta il mezzo cerchio ACB in modo, che il centro caschi ſul punto O, e 'l raggio OB caschi su OE, e notare ſulla carta quel punto, che corriſponde nella periferia interna al numero denotante i gradi, che deve avere l' angolo; poichè, tolto il mezzo cerchio, e tirata dal punto ſegnato al punto O la retta, ſi ha l'angolo cercato.

DEFINIZIONE XII.

36. Si chiama *mezzo cerchio da campagna* il mezzo cerchio d' ottone A B C aſſai più grande del precedente, diviſo ne' ſuoi gradi e mezzi gradi, o, se la sua grandezza lo ſoffre, ne' ſuoi gradi, e minuti primi con certo artifizio, che sullo ſtrumento facilmente ſi comprende. Ha di più sì fatto mezzo cerchio due traguardi fiſſi negli eſtremi, e nella direzione del diametro A C, poſti a piombo ſul ſuo piano e la riga D B da girare intorno del ſuo *Fig.* 8.

centro con due altri traguardi mobili in B; e D negli eſtremi, e nella direzione del diametro B D, e poſti pure a piombo ſul piano della riga, e conſeguentemente dell' iſteſſo mezzo cerchio.

AVVERTIMENTO.

37. Va ſituato sì fatto ſtrumento per mezzo d' un ginocchio, che ha con un vuoto cilindrico ſotto il centro, in cima d' un baſtone diritto, o d' un ſoſtegno a tre gambe L all' altezza da potere un uomo comodamente guardare all' in piede per gli detti traguardi; e ſituato in modo da eſſer girato, e meſſo in tutte le poſſibili ſituazioni. S' adopra tale ſtrumento per la miſura degli angoli, che nella pratica occorre dover miſurare.

DEFINIZIONE XIII.

Fig. 9. 38. Si chiama *tavoletta pretoriana*, e comunemente oggi *plancetta* una tavoletta quadrata LM, poco meno d' un foglio di carta da diſegnare, che va ſituata ſu d' un appoggio a tre gambe P all' altezza da operarvi ſu di eſſa all' in piede comodamente un uomo; e ſituata con tale artifizio, che può ricevere tre movimenti, uno per metterla in ſito orizzontale, e gli altri due per poterla nel biſogno ſpignere alquanto avanti;

e in dietro, a deſtra, o a ſiniſtra.

AVVERTIMENTO I.

39. Qualora ſi ha da far uſo della plancetta, fa meſtieri adattarvi con qualche glutine, o ordigno anticipatamente ſu di eſſa un foglio di carta da diſegnare, alquanto bagnato con acqua pura, e adattarvelo dalla parte non bagnata; e ciò ſi fa, affinchè, diſeccato il foglio, ſtia eſſo ben teſo, e non ſia ſoggetto a produrre variazioni aſſai ſenſibili nelle lunghezze delle linee, che vi ſi anderanno diſegnando. E ſi noti altresì che per l' uſo della plancetta vi biſogna *Fig.* 10. la *diottra* CABD, che conſiſte in una ben lunga riga di ottone AB, e in due altre minori AC, BD, le quali non ſolamente ſono congiunte colla prima ad angoli retti, e ſono parallele tra eſſe, ma ben anche hanno due traguardi; cioè hanno nel mezzo delle lunghezze di eſſe una un' alta, e capillare feſſura, e l' altra una feſſura ugualmente alta, ma alquanto larga con un crine, o filo nell' iſteſſo piano della feſſura capillare; e hanno di più un altro filo CD, che le congiugne dalla parte ſuperiore, e ch' è nell' iſteſſo piano della feſſura capillare, e del filo oppoſto. Serve tale diottra per poter dirigere la mira ai punti, a' quali conviene dirigerla, coll' ajuto de' traguardi, e per poter tirare coll' ajuto della riga AB ſulla carta

della plancetta le rette, che conviene tirare.

AVVERTIMENTO II.

40. Si noti finalmente che nell' adoperare la plancetta vi bisognano degli aghi; perchè, verticalmente conficcato uno di essi nella tavoletta, e nel punto, ove occorre conficcarlo, si possa a tale ago appoggiare un lato della riga A B, e intorno ad esso far girare la diottra secondo occorre girarla. Gli aghi finissimi da cucire sono i migliori; però conviene togliere ad essi con forbice la cruna, e farvi con cera di spagna una piciola testa, acciò si possano senza offesa conficcare nella tavoletta, quando, e dove occorre.

LIBRO I.

Delle operazioni, che insegna la Geometria pratica relativamente alle linee, e agli angoli piani.

CAP. I.

Si premettono alcune operazioni, che occorrono frequentemente in fare le altre.

PROBL. I.

41. *Mettere un piano in sito verticale.*

SOLUZIONE.

1. Si metta il piano in sito, che sembri verticale all'occhio.

2. S'adatti al piano un lato del perpendicolo, e si vada movendo il piano, finchè

s' offervi il filo radere la ſuperficie della tavoletta ſenza premerla, e corriſpondere alla retta ſegnata ſull' iſteſſa tavoletta.

Sarà allora il piano in ſito verticale.

DIMOSTRAZIONE.

Paſſando il piano per una retta, che combacia con un lato della tavoletta del perpendicolo, paſſa eſſo per una retta parallela a quella, ch' è ſegnata ſulla detta tavoletta, e conſeguentemente per una parallela alla direzione del filo. Dunque il piano è allora verticale (§ 25). Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

PROBL. II.

42. *Mettere un' aſta in ſito verticale.*

SOLUZIONE.

1. Si metta l' aſta, che ſembri verticale all' occhio.

2. S' adatti un lato del perpendicolo ora in un lato, o in una faccia dell' aſta, e ora in un altro lato, o in un' altra faccia, che non ſia oppoſta alla prima; e ſi vada l' aſta inclinando, finchè in ambe le ſituazioni del perpendicolo s' offervi il filo radere la ſuperficie della tavoletta ſenza premerla, e corriſpondere alla retta ſegnata ſull' iſteſſa tavoletta.

Sarà allora l' aſta in ſito verticale. DI-

DIMOSTRAZIONE.

Imperocchè, essendo allora la direzione dell'asta in due piani verticali, che formano co' piani verticali, ne' quali si trova il piano del perpendicolo nelle due sue situazioni, angoli retti, e conseguentemente in due piani verticali, che formano angolo tra essi; sarà l'istessa direzione dell'asta nella direzione della comune sezione de' detti piani verticali. E perciò l'asta è nel detto caso in sito verticale. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. III.

43. *Mettere un'asta in sito orizzontale:*

SOLUZIONE.

1. Contrassegni LM l'asta, e si metta essa in sito, che sembri orizzontale all'occhio. *Fig.* 11.

2. S'adatti su L M l'archipenzolo A C B, e si vada l'asta innalzando dall'uno, o dall'altro estremo, finchè s'osservi il filo CO radere la traversa De senza premerla, e corrispondere alla retta segnata nell'istessa traversa.

Sarà allora LM in sito orizzontale.

DIMOSTRAZIONE.

Essendo A C = C B, e D C = C E (§ 27), saranno D E, A B parallele (292 *del*

del tom. 2). Ma quando CO corrisponde alla retta segnata su DE, è perpendicolare all' istessa DE, e conseguentemente a LM. Dunque in tale caso LM è in sito orizzontale (§ 25). Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. IV.

44. *Mettere un piano in sito orizzontale:*

SOLUZIONE.

Fig. 12. 1. Contrassegni LM il piano, e si metta in sito, che sembri all' occhio orizzontale.

2. Si metta su LM l' archipenzolo ACB prima che abbia i suoi piedi su qualunque retta PQ; e poscia che abbia i medesimi piedi su qualunque altra retta FS, che interseca PQ in qualsisia punto F; e si vada movendo il piano, finchè in ambe le situazioni dell' archipenzolo s' offervi il filo CO radere la traversa DE senza premerla, e corrispondere alla retta segnata sulla medesima traversa.

Sarà allora LM in sito orizzontale.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda essere FG la verticale, che passa per F. Essendo nel detto caso in ambe le situazioni dell' archipenzolo il filo CO per=

perpendicolare sì a PQ, che ad RS (§. *prec.*), e in ambe le medesime situazioni parallelo ad FG (§ 16); sarà FG perpendicolare sì a PQ, che ad RS nel punto F. in cui PQ, RS s' intersecano (§ 83 *del tom.* 2). Dunque la verticale FG è perpendicolare al piano LM (§ 52 *del tom.* 4). E perciò LM è orizzontale (§ 19). Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO.

45. A suo luogo s' intenderà che si possono e le aste, e i pian. mettere orizzotalmente coll' ajuto d' un altro piccolo strumento, che si chiamerà *livella*.

PROBL. V.

46. *Esplorare se la diottra, che s' adopra nell' uso della plancetta, è esatta.*

SOLUZIONE.

Due condizioni deve avere la diottra per essere esatta; deve, qualora è posta su d'un piano orizzontale, avere la fessura capillare, per cui si traguarda, il filo opposto a tale fessura, e l'altro filo superiore in un piano esattamente verticale; e deve altresì avere i piani laterali della riga, che poggia sul piano orizzontale, paralleli al detto piano ver-

ti-

ticale. Perciò

1. Si metta la diottra ſulla plancetta orizzontalmente diſpoſta; e, ſituata a conſiderabile diſtanza da eſſa un' aſta verticale, ſi traguardi a tale aſta per la feſſura capillare della diottra.

Se s' oſſerva la detta feſſura, e 'l filo oppoſto eſſere in un iſteſſo piano, e nella direzione dell' aſta, e nel medeſimo piano eſſere l' altro filo ſuperiore, ha allora la diotra la prima condizione.

2. Aſſicurata la prima condizione, ſi conficchino nella plancetta due aghi verticalmente a qualunque diſtanza tra eſſi; e, appoggiato a eſſi un lato della riga della diottra, ſi traguardi a un' aſta verticale, poſta a conſiderabile diſtanza dalla plancetta.

3. Ai medeſimi aghi s' appoggi l' iſteſſo lato della riga della diottra, poſta però la diottra ſulla plancetta a roveſcio, e di nuovo ſi traguardi per ſotto la plancetta.

Se la mira ferisce all' iſteſſa aſta, ha allora la diottra la condizione ſeconda ancora.

AVVERTIMENTO I.

47. Si noti che ſe alla diottra manca la prima delle dette condizioni, non ſi deve allora farne uſo ſenza che ſia prima rettificata; altrimenti le operazioni rieſcono errate. Perciò ſarebbe coſa deſiderabile che tutte le diottre ſi faceſſero in modo, che poteſſe

ognu-

ognuno rettificarsele nel caso, che ad esse mancasse la detta condizione. Il che s'otterrebbe con facilità, se i fili fossero ligati nella diottra a viti da poterli con esse muovere qua, e là, secondo il bisogno, come gli ho veduti in una diottra fatta eseguire da un mio strettissimo, e intelligentissimo amico.

AVVERTIMENTO II.

48. Se poi la diottra ha la prima condizione, ma non la seconda; si può allora adoperare senza errare nelle operazioni, purchè s' adopri sempre da un' istessa banda. Poichè in tal modo tutte le rette, che si anderanno tirando sulla carta della plancetta, avranno sempre alla direzione della mira l' istessa inclinazione, e conseguentemente avranno l'istessa posizione tra esse, che avrebbero, se alla diottra non mancasse la detta condizione.

PROBL. VI.

49. *Situare la plangetta in modo, che un suo punto corrisponda a piombo sù d' un altro del terreno sottoposto.*

SOLUZIONE.

Sieno A il punto della plancetta, e B il punto del terreno. *Fig. 9.*

1. Si

1. Si guardi da un sito corrispondente a un lato della plancetta al punto B, dirigendo la mira per un filo tenuto con una mano pendente tra l' occhio, e 'l punto B, e con un peso nell' estremo inferiore; e si vada tirando a destra, o a sinistra la plancetta, finchè il punto A s' offervi essere nel piano, che passa pel filo, e punto B.

2. Si replichi la medesima operazione da un altro sito corrispondente a un altro de' lati contigui dell' istessa plancetta.

Quando in ambe le situazioni diverse s' osserva essere il punto A ne' piani verticali, che passano pel filo, e pel punto B, e allora la plancetta nel sito cercato,

DIMOSTRAZIONE.

Essendo in ciascuna delle dette situazioni i punti A, e B in un istesso piano verticale, la retta A B sarà la comune sezione de' due piani verticali, che nelle due dette situazioni diverse passano pel filo. Ma tali piani verticali sono perpendicolari al piano orizzontale, che passa per B. Dunque al medesimo piano orizzontale è perpendicolare anche la retta A B (§ 68 *del tom.* 4). Onde A B prolungata passa pel centro della Terra, e conseguentemente è retta verticale (§ 14). Per la qual cosa i punti A, e B sono in un' istessa verticale. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

AV-

AVVERTIMENTO.

50 Si noti che il filo tenuto colla mano; a cagione della mano non ferma, e dell' agitazione dell' aria, ha ſempre qualche movimento, e rende conſeguentemente poco eſatta la ſuddetta operazione. Riesce poi l' iſteſſa operazione eſattiſſima, ſe nella riga della diottra, che poggia ſulla plangetta, v' è un' altra feſſura con un altro filo eſiſtente anche eſſo nel piano, che paſſa per la ſuddetta feſſura capillare, pel filo oppoſto, e pel filo ſuperiore, e s' adopera sì fatto piano in vece di quello, che paſſa pel filo tenuto colla mano.

PROBL. VII.

51. *Diſporre il mezzo cerchio da campagna, poſto orizzantalmente, in modo, che il diametro corriſpondente alla direzione de' traguardi fiſſi, o mobili, ſia nel piano verticale, che paſſa per un dato punto, quanto ſi ſia ſuperiore, o inferiore al pianto dell' iſteſſo mezzo cerchio.*

SOLUZIONE.

1. Si tenghi con una mano tra l' occhio, e 'l mezzo cerchio un filo pendente liberamente con un peſo nell' eſtremo inferiore; e ſi vada mutando la ſituazione dell' occhio,

e del

e del filo, finchè s' offervi effere nel piano verticale, che paſſa pel filo, il centro del mezzo cerchio, e 'l punto dato.

2. Senza mutare nè il ſito dell' occhio, nè quello del filo ſi faccia ſituare un' aſta a qualche diſtanza dal mezzo cerchio in modo, che s' offervi effere la ſua direzione nell' iſteſſo detto piano verticale.

3. Si giri il mezzo cerchio, o la riga mobile, finchè la mira diretta per due de' ſuoi traguardi vada ad incontrare l' aſta già ſituata.

S' avrà in tal modo la diſpoſizione cercata del mezzo cerchio.

DIMOSTRAZIONE.

Eſſendo il centro del mezzo cerchio, il punto dato, e la direzione dell' aſta in un iſteſſo piano verticale; ogni retta tirata dall' iſteſſo centro a qualunque punto della direzione verticale dell' aſta ſarà nel medeſimo piano verticale. E perciò il raggio del mezzo cerchio corriſpondente alla direzione de' traguardi, per gli quali ſi dirige la mira all' aſta, è nell' iſteſſo piano verticale, e per conſeguenza nel piano verticale, che paſſa pel punto dato. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

AVVERTIMENTO I.

52 Per dare alla diottra ſulla plancetta, orizzontalmente poſta, la medeſima ſituazione relativamente a un punto dell' iſteſſa plancetta, non occorre far uſo nè dell' aſta, nè del filo a piombo; ma baſta girare intorno l' ago, fiſſato nel detto punto della plancetta, la diottra, finchè s'offervi il punto ſuperiore, o inferiore al piano della plancetta eſſere nel piano della feſſura capillare, e del filo ſuperiore della diottra, o del filo ſuperiore della diottra, e del filo oppoſto alla feſſura capillare. Poichè in ambi i caſi la retta, che diſegna ſulla plancetta il lato della riga, che tocca l' ago, è nel piano verticale, che paſſa pel punto dato ſuperiore, o inferiore al piano della plancetta, e pel punto dato ſull' iſteſſa plancetta, o è nel piano verticale, che pel detto ſi può prendere ſenza ſenſibile errore.

AVVERTIMENTO II.

53. Si noti ancora che, quando è orizzontale il mezzo cerchio, o la plancetta, ogni raggio del mezzo cerchio, e ogni retta tirata ſulla plancetta è orizzontale. La direzione della mira diretta per gli traguardi, o che ſia diretta orizzontalmente, o obbliquamente, ſerve ſolamente per avere ſu

i detti piani la direzione d' un orizzontale ; che ſia in un determinato piano verticale.

CAP. II.

De' modi di miſurare di due punti della ſuperficie d' un terreno, acceſſibili dall' uno all' altro la diſtanza orizzontale, l' altezza dell' uno per riſpetto dell' altro, ſe non in piani orizzontali diverſi, e la diſtanza effettiva di eſſa.

DEFINIZIONE.

54. Chiamiamo di due punti d' un terreno *diſtanza orizzontale* la retta ch' è orizzontale per riſpetto di uno, e che tramezza tra l' iſteſſo punto, e la verticale dell' altro; *altezza dell' uno per riſpetto dell' altro* la porzione della verticale dell' uno, che tramezza tra i piani orizzontali d' ambidue ; e finalmente *diſtanza effettiva* la retta, che ha per termini i medeſimi punti.

LEM-

LEMMA.

55. *Dati due punti della ſuperficie d' un terreno, acceſſibili dall' uno all' altro, ſegnare ſulla medeſima ſuperficie la direzione della comune ſezione ſua col piano verticale, che paſſa per gli punti dati.*

SOLUZIONE.

1. Si tenghino pronti più baſtoni di legno diritti, ognuno de' quali abbia in un eſtremo una punta di ferro, e nell' altr' eſtremo una ſpaccatura, nella quale ſia inſerito un pezzo di carta bianca.

2. Si mettano ne' due punti dati due di tali baſtoni in ſiti verticali, ſe in eſſi non vi ſono ſegnali ſtabili.

3. Si vadano da diſtanza in diſtanza mettendo verticalmente altri baſtoni, e in ſiti tali, che chi traguarda pel primo all' ultimo oſſervi eſſere ogni altro nel medeſimo piano verticale di eſſi.

S' avrà in tal modo ſegnata ſulla ſuperficie del terreno la direzione cercata.

AVVERTIMENTO.

56. Si può regolare la detta ſituazione de' baſtoni anche dirigendo la mira per gli traguardi della diottra, appoggiata ſulla plan-

cetta orizzontale al punto di essa corrispondente a piombo su uno de' punti dati del terreno ; o dirigendo la mira per gli traguardi della riga mobile del mezzo cerchio posto orizzontalmente in modo , che il suo centro corrisponda pure a piombo su uno de' medesimi punti dati del terreno.

PROBL. VIII.

57. *Misurare la distanza orizzontale di due punti della superficie d' un terreno , accessibili dall' uno all' altro , e l' altezza dell' uno per rispetto dell' altro , se sono in piani orizzontali diversi.*

SOLUZIONE.

O la superficie del terreno, che tramezza tra i due punti, la distanza orizzontale de' quali si deve misurare, è un piano orizzontale , ancorchè tramezzato da picciole ineguaglianze , o è inclinata con qualunque angolo al piano orizzontale , ed ha sì , o no delle considerevoli irregolarità . Nel

CASO I.

Fig. 13 Sieno A , e B i due punti del piano orizzontale ACDEFBGH.

1. Si segni sul piano co' suddetti bastoni la direzione della retta *AB* (§ 55).

2. Si vada una catena di ferro , fatta a ta-

tale uopo, e di misurata lunghezza successivamente adattando sul terreno nella direzione della retta segnata: avvertendo però di non passare la catena da un sito in un altro, senza assicurarsi d' essa nella sua naturale lunghezza, e ben tesa; e avvertendo altresì di metterla alquanto sollevata dal terreno, ne' luoghi ineguali, acciò s' eviti in essa qualche curvatura; e ciò si faccio procedendo o da A a B, o da B ad A.

3. Se vi avanza qualche porzione, che non si possa colla catena conoscere, si misuri essa con un' asta, che si porta per tale bisogno, nella quale sono notati i palmi, e le sue divisioni.

S' avrà in tal modo l' orizzontale misurata in palmi, o in altra misura, che s' adopra. Nel

C A S O II.

Sieno A, e B i punti della superficie inclinata al piano orizzontale. *Fig.* 14.

1. Si segni la direzione della comune sezione di sì fatta superficie col piano verticale, che passa per A, e B (§ 55).

2. Nel punto A, e nella direzione della comune sezione segnata s' adatti un' asta di legno AC di misurata lunghezza in sito orizzontale (§ 43), mantenendola con una mano nell' estremo C appoggiata all' altr' asta CD, verticalmente posta (§ 42), e si misuri nell'

istesso tempo l'altezza verticale CD con un passetto.

3. Si ripetino le istesse operazioni per quante volte occorre ripeterle, andando successivamente adattando l'istessa asta ne' siti orizzontali DE, FG, HI, KL, MN.

La somma di AC, DE, FG, HI, KL, MN, o sia la lunghezza dell'asta tante volte presa, quante volte si è situata nella distanza da A a B, darà la distanza orizzontale cercata.

La somma poi di CD, EF, GH, IK, LM, NB darà l'altezza del punto A relativamente al punto B.

AVVERTIMENTO.

58. Si noti che nel misurare la distanza orizzontale de' punti A, e B si può procedere tanto scendendo da A verso B, quanto salendo da B verso A; e si noti altresì che se la comune sezione della superficie del terreno, e del piano verticale, che passa per
Fig. 15. gli punti A, e B, è la curva AKB, e si trova che lo somma delle verticali AC, DE, FG, HI, misurate salendo da A a K, è uguale alla somma delle verticali LM, NO, PB, misurate scendendo da K a B; i punti A, e B sono allora nell'istesso piano orizzontale, e la retta AB è uguale alla somma di CD, EF, GH, IK, KL, MN, OP.

PRO-

PROBL. IX.

59. *Misurare la distanza effettiva di due punti della superficie d' un terreno, accessibili dall' uno all' altro.*

SOLUZIONE.

O la superficie del terreno, che tramezza tra i punti, la distanza effettiva de' quali si deve misurare, è piana, o no. Nel

CASO I.

Sieno A, e B i punti; e, segnata sul piano la direzione della retta AB (§ 55), se ne faccia di sì fatta retta la misura colla catena, come nel caso 1 del probl. prec. S' avrà in tal modo la distanza effettiva cercata. Nel *Fig.* 13.

CASO II.

Sieno A, e B i punti. Si misurino la distanza orizzontale di A, e B, e l' altezza dell' uno per rispetto dell' altro (§ 57). Se si trovano i punti A, e B essere in un istesso piano orizzontale, la distanza orizzontale AB è la distanza cercata. Se poi si trovano i detti punti in piani orizzontali diversi; allora, supposto essere BO la distan- *Fig.* 14. 15. *Fig.* 15. *Fig.* 14.

za orizzontale di A, e B, e AO l' altezza di A per riſpetto di B, ſarà l' angolo AOB retto; e perciò la diſtanza effettiva de' punti A, e B ſarà l' ipotenuſa del triangolo rettangolo, che ha per cateti AO, BO. Sicchè, eſtraendo la radice quadrata dalla ſomma de' quadrati fatti uno ſulla diſtanza orizzontale de' punti A, e B, e l' altro ſull' altezza di A per riſpetto di B, s' avrà la diſtanza effettiva cercata.

AVVERTIMENTO I.

60. La catena, di cui ſi fa uſo per miſurare le rette ſulle ſuperficie piane de' terreni, è fatta di fili di ferro della groſſezza d' una penna da ſcrivere; e ogni filo è lungo circa un palmo, acciò ſi poſſa facilmente avvertire, che nello ſtendere la catena non ſia un filo piegato ſull' altro. Sono inoltre tali fili uniti tra eſſi con anelletti di ferro; e negli eſtremi della catena, che ſuole eſſere lunga circa 5 canne, vi ſono due anelli più grandi, per potervi inſerire de' baſtoni, che ſi conficcano nel terreno a fine di renderla ben teſa.

AVVERTIMENTO II.

61. S' adoprano per miſurare rette ſulle medeſime ſuperficie anche delle aſte di legno lunghe, e leggiere, ma che non hanno ſoggette

a cur-

a curvarsi. Sono di più tali aste di misurate lunghezze, e ferrate negli estremi, acciò non sieno soggette ad essere negli estremi facilmente logorate. Quando però si fa uso delle aste, se ne adoprano sempre due uguali nell' istesso tempo, e si vanno successivamente adattando sul terreno l' una appresso dell' altra; anzi non si rimuove l' una, se non dopo adattata l' altra. Del resto come le aste sono meno lunghe della catena, nel misurare rette assai lunghe si fa uso più tosto della catena, che delle aste per risparmio di tempo.

AVVERTIMENTO III.

62. Sogliono taluni nel misurare linee rette su piani de' terreni far uso d' un compasso assai grande di legno con punte di ferro. Però la disuguaglianza, che sempre si trova nel terreno, rende impossibile il poter portare le punte del compasso in linea retta. E perciò le rette misurate sul terreno col compasso sono sempre ineffattamente misurate.

AVVERTIMENTO IV.

63. Sogliono altri far uso delle funi di canape nelle dette misure. Però le funi variano nelle lunghezze di esse, secondochè sono con maggiore, o minore forza stirate, e secondochè si rendono più, o meno umide, o più, o meno asciutte. Onde si può far

uso

uſo delle ſuni non per miſurare linee rette ſul terreno, ma per dinotarci ſolamente le direzioni di eſſe.

AVVERTIMENTO V.

64. Si noti finalmente che i pratici nel miſurare le diſtanze orizzontali ſulle ſupercie, che non ſono piani orizzontali, s' avvalgono d' una catena di circa 3 canne di lunghezza, e la ſituano orizzontalmente a occhio; anzi con laſciar cadere un chiodo, o altro corpo da un eſtremo della catena, orizzontalmente poſta in un ſito, vengono a conoſcere il punto del terreno, che deve toccare l' altr' eſtremo nella ſeguente ſituazione della medeſima catena. Però ſembra difficile, che in tal modo ſi poſſa avere un' orizzontale eſattamente miſurata.

CAP.

CAP. III.

Delle operazioni, che occorrono nella pratica relativamente agli angoli piani.

DEFINIZIONE.

65. Si dirà *angolo d' elevazione*, o di *depressione* un angolo fatto da due raggi visuali esistenti in un piano verticale, però uno orizzontale, e l' altro diretto a qualunque punto superiore, o inferiore all' orizzontale.

PROBL. X.

66. *Misurare qualunque angolo d' elevazione, o di depressione AOB accessibile.* Fig. 16. 17

SOLUZIONE.

1. Si metta il mezzo cerchio col centro in O, col diametro LQ in sito orizzontale (§. 43), e col suo piano in sito verticale (§. 41). Formerà il raggio visuale QLB, o LQB, diretto per gli traguar-

guardi, che ſono nella direzione del diametro LQ, una retta orizzontale.

2. Si vada girando la riga mobile MN, finchè il raggio viſuale, diretto per gli ſuoi traguardi, incontri il punto A.

I gradi, e minuti dell' arco LM darà i gradi, e minuti dell' angolo AOB.

PROBL. XI.

Fig. 18. *67. Miſurare qualunque angolo acceſſibile, formato dalle diſtanze orizzantali di qualunque punto P della ſuperficie d' un terreno da due altri punti Q, R dell' iſteſſa ſuperficie.*

SOLUZIONE.

S' intendano eſſere le diſtanze orizzontali de' punti P, e Q la retta PH, e de' punti P, e R la retta PI.

1. Si mettano in Q, e R due aſte verticalmente (§ 42); e ſi metta il mezzo cerchio SML in ſito orizzontale (§ 44), e col ſuo centro O a piombo ſul punto P (§ 49).

2. Si giri il mezzo cerchio, finchè il raggio viſuale, diretto per gli traguardi eſiſtenti nella direzione del diametro SL, incontri l' aſta QA, o la ſua direzione.

3. Si giri la riga mobile NM, ſenza muovere più il mezzo cerchio, finchè il raggio viſuale, diretto per gli ſuoi traguardi, incontri in B l' aſta RB, o la ſua direzione,

Di-

Dico che i gradi, e minuti dell' arco LM danno i gradi, e minuti dell' angolo HPI.

DIMOSTRAZIONE.

Essendo OA, PH in un piano verticale; e ambedue orizzontali, saranno OA, PH tra esse parallele (§ 22). Similmente si dimostra essere parallele OB, PI. Dunque è l' angolo AOB = HPI (§ 59 *del tom.* 4). E perciò di quanti gradi, e minuti è l' arco LM, che misura l' angolo AOB, di tanti gradi, e minuti è anche l' angolo HPI. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO.

68. Ancorchè gli angoli, che occorre frequentemente misurare, sieno in piani o verticali, o orizzontali: nondimeno accade qualche volta dover misurare un angolo formato da due lati d' un piano, che non è orizzontale. Se si vuole in tale caso adoperare il mezzo cerchio, l' operazione riesce penosissima, bisognando mettere il piano del mezzo cerchio in sito parallelo a quello dell' angolo da misurare; il che esige moltissima diligenza. Sarà dunque meglio in si fatto caso procedere a questo modo. Sia ABC l' angolo da misurare. I. Si prendano BL, BM ad arbitrio, e dell' istessa misura, per esempio di pal. 30; e, notati i punti L, e M, *Fig. 19.*

M, si misuri la distanza effettiva LM di essi (§ 59). II. Si trovi in ordine a BL, alla metà di LM, e al seno massimo il quarto proporzionale. S' avrà il seno della metà dell' angolo ABC. Onde il doppio de' gradi, e minuti dell' angolo, a cui appartiene il detto seno, darà i gradi, e minuti dell' angolo ABC.

PROBL. XII.

Fig. 20. 69. *Fare sulla plancetta LM un angolo uguale a qualunque angolo accessibile, formato dalle distanze orizzontali di qualunque punto O della superficie d' un terreno da due altri punti P, e Q della medesima superficie.*

SOLUZIONE.

S' intendano essere le distanze orizzontali di O, e P la OH, e di O, e Q la OI.

1. Si mettano in P, e Q due aste verticalmente; e si metta la plancetta LM in sito orizzontale, e col punto B, in cui si vuole fare l'angolo, a piombo sul punto O (§ 49).

2. S' appoggi all' ago fitto verticalmente in B la diottra, e si giri essa intorno a tale ago, finchè il raggio visuale, diretto per gli suoi traguardi, incontri l'asta P, o la sua direzione, e si tiri sulla plancetta la retta BA lungo la direzione del lato della riga, che tocca l'ago.

3. Si

3. Si giri di nuovo la diottra intorno l' ago, finchè il raggio viſuale, diretto per gli ſuoi traguardi, incontri l'aſta Q, o la ſua direzione; e ſi ſegni pure ſulla plancetta lungo la direzione del detto lato della riga la retta BC.

S' avrà in tal modo l'angolo cerceto ABC.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè le rette BA, OH, come orizzontali eſiſtenti in un iſteſſo piano verticale, ſono tra eſſe parallele (§ 22). Similmente parallele ſono anche CB, OI. Dunque è l' angolo ABC = HOI (§ 59 *del tom.* 4). Ch'è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO.

70. Se con un mezzo cerchio da tavolino ſi miſura l' angolo ABC, ſi ha la miſura dell' angolo HOI.

AVVERTIMENTO.

71. Se ſi deve fare ſulla plancetta nel punto B della retta BA, già tirata ſu di eſſa, un angolo uguale a HOI; allora non ſolamente ſi deve mettere la plancetta in ſito orizzontale, e col punto B a piombo

ſul

ſul punto O ; ma ben anche ſi deve fare che B A ſia nel piano verticale , che paſſa per O , e P . E perciò ſi deve girare la plancetta in modo , mantenendola però ſempre orizzontale , e col punto B a piombo ſul punto O, che, combaciando il lato della riga , che tocca l'ago fitto in B colla BA , il raggio viſuale , diretto per gli traguardi della diottra, incontri l'aſta P, o la ſua direzione. Poichè , girando la diottra intorno l'ago ſenza muovere più la plancetta , finchè il raggio viſuale , diretto per gli traguardi, incontri l'aſta Q , o la ſua direzione , ſi ha la retta BC , che forma con BA in B l'angolo cerçato ABC ,

PROBL. XIII.

72. *Segnare ſulla ſuperficie d' un terreno le comuni ſezioni ſue co' piani verticali , in cui ſono le orizzontali , che procedono da un dato punto dell' iſteſſa ſuperficie , e che formano un angolo di data grandezza .*

SOLUZIONE.

1. Si metta il mezzo cerchio da campagna orizzontalmente , e col ſuo centro a piombo ſul punto dato .

2. Si giri la riga mobile , finchè il diametro corriſpondente ai ſuoi traguardi faccia col diametro corriſpondente ai traguardi

di fissi un angolo della data grandezza.

3. Si dirigano due raggi visuali, uno per gli traguardi fissi, e l'altro per gli traguardi mobili, e si facciano situare nelle direzioni di tali raggi, o de' piani verticali, che passano per essi, di distanza in distanza de' bastoni verticali.

S'avranno in tal modo segnate le cercate comuni sezioni.

AVVERTIMENTO I.

73 Se si vorrà eseguire tale operazione relativamente a un angolo fatto sulla plancetta, si procederà dell'istesso modo.

AVVERTIMENTO II.

74. Se la superficie del terreno sarà un piano orizzontale; s'avranno colla detta operazione su tale superficie segnate le orizzontali, che faranno nel dato punto un angolo di data grandezza.

AVVERTIMENTO III.

75. Se finalmente una delle dette comuni sezioni sarà già segnata sulla superficie del terreno: allora, per segnare l'altra, bisognerà dirigere uno de' raggi visuali nel piano verticale, in cui si troverà la comune sezione già segnata.

PROBL. XIV.

Fig. 21. 76. *Dato qualunque angolo orizzontale, e accessibile ABC, ritrovare sulla superficie del terreno un punto tale, che la sua distanza orizzontale dal punto B divida l' angolo ABC in due parti uguali.*

SOLUZIONE.

1. Procedendo dal punto B nelle direzioni de' piani verticali, che passano per BA, BC, si misurino due distanze orizzontali uguali BL, BM, e di qualunque lunghezza; e, supposto essere D, ed E i punti del terreno, ne' quali s'è pervenuto in fare le dette misure, si determini anche la distanza orizzontale di tali punti D, ed E.

2. Si proceda di nuovo misurando orizzontalmente da D verso E, finchè si pervenghi al punto F del terreno, la cui distanza orizzontale dal punto D è la metà della distanza orizzontale già misurata de' punti D, ed E.

Sarà F il punto cercato (§ 98 *del tom.* 2).

AVVERTIMENTO.

77. Se l'angolo ABC si trova su qualunque piano; basta allora ne' lati BA, BC, o in

o in essi prolungati dall' altra parte prendere BL, BM uguali, e di qualunque lunghezza; e, misurata sull' istesso piano la distanza LM de' punti L, e M, notare il punto, che divide tale distanza in due parti uguali; poichè la retta tirata da tale punto al punto B divide l'angolo ABC in due parti uguali (§ 98 *del tom.* 2).

PROBL. XV.

78. *Misurare qualunque angolo orizzontale inaccessibile ABC.* *Fig.* 22. 23

SOLUZIONE.

O l'angolo ABC è rientrante, o saliente. Nel

CASO I.

1. Si scelgano nella campagna due punti D, ed E nelle direzioni de' piani verticali, che passano per BC, BA, e tali che da D sieno visibili i punti B, ed E, e da E visibili i punti B, e D. *Fig.* 22.

2. Supposto il piano orizzontale ABC prolungato incontrare le verticali de' punti D, ed E in L, e M, e supposto che sieno congiunte le orizzontali BL, BM, LM, col mezzo cerchio da campagna si misurino successivamente gli angoli orizzontali BLM, BML (§ 67).

3. La ſomma degli angoli miſurati ſi ſottragga da due angoli retti.

Il reſiduo darà l'angolo LBM, e conſeguentemente l'angolo cercato ABC. Nel

CASO II.

Fig. 23. 1. Si ſcelgano nella campagna due punti D, ed E acceſſibili, e viſibili dall'uno all'altro, dai quali ſieno viſibili A, B, C; e, ſuppoſto il piano orizzontale ABC prolungato incontrare le verticali de' punti D, ed E in L, e M, ed eſſere congiunte le orizzontali LA, LB, LC, LM, MA, MB, MC, ſi determini coll'effettiva miſura la LM (§ 57).

2. Col mezzo cerchio da campagna ſi miſurino ſucceſſivamente tutti gli angoli orizzontali ALB, BLC, CLM, LMA, AMB, BMC (§. 67).

3. Ne' triangoli LAM, LBM, LCM, noti tutti gli angoli, e 'l lato comune LM, ſi determinino nel prima LA, nel ſecondo LB, BM, e nel terzo MC.

4. Nel triangolo ALB, noti i lati AL, LB, e l'angolo ALB, ſi determini l'angolo ABL. Similmente nel triangolo BMC, noti i lati BM, MC, e l'angolo BMC, ſi determini l'angolo MBC.

S'avrà l'angolo ABC ſommando inſieme gli angoli ABL, LBM, MBC.

AV-

AVVERTIMENTO.

79. Si noti che ſe rieſce di poter prendere i punti D, ed E nelle direzioni de' piani verticali, che paſſano per B A, B C, e tali che da D ſieno viſibili A, ed E, e da E ſieno viſibili C, e D: in tale caſo, miſurando col mezzo cerchio da campagna due angoli orizzontali, cioè uno in D traguardando ai punti A, ed E, e l'altro in E traguardando ai punti C, e D, e ſottraendo la ſomma di tali angoli da due retti, ſi ha col reſiduo ſenz'altro calcolo l'angolo cercato ABC.

PROBL. XVI.

80. *Fare ſulla plancetta un angolo uguale a qualunque angolo orizzontale, e inacceſſibile ABC.* Fig. 22. 23.

SOLUZIONE.

O l'angolo ABC è rientrante, o ſaliente. Nel

CASO I.

1, Si ſcelgano nella campagna due punti D, ed E nelle direzioni de' piani verticali, che paſſano per C B, A B, e tali che Fig. 22.

ſieno viſibili, e acceſſibili tra eſſi, e ſia di più da eſſi viſibile il punto B; e, ſuppoſto il piano orizzontale ABC prolungato incontrare le verticali de' punti D, ed E in L, e M, ed eſſere congiunte le orizzontali BL, BM, LM, ſi determini coll' effettiva miſura la LM (§ 57).

2. Nel ſito D ſi faccia ſulla plancetta, e nel punto conveniente l l'angolo b l m = BLM (§ 69); e ſi tagli lm di tante parti d'una ſcala di quante canne s'è trovata LM.

3. Nel ſito E ſull' iſteſſa plancetta, e nel punto m di ml ſi faccia l'angolo lmb = LMB (§ 71).

Sarà l'angolo lbm = LBM (§ 89 *del tom.* 2) = ABC. Nel

CASO II.

Fig. 23. 1. Si ſcelgano nella campagna due punti D, ed E acceſſibili, e viſibili dall' uno all'altro, e dai quali ſieno viſibili A, B, C; e, ſuppoſto il piano orizzontale ABC prolungato incontrare le verticali de' punti D, ed E in L, e M, ed eſſere congiunte le orizzontali AL, BL, CL, AM, BM, CM, LM, ſi determini coll' effettiva miſura LM (§ 57).

2. Nel ſito D ſi facciano ſulla plancetta, e nel punto conveniente l gli angoli mlc, clb, bla riſpettivamente uguali a MLC, CLB, BLA (§ 71); e ſi tagli lm di tante parti d'una

d'una ſcala di quante canne ſi è trovata eſſere LM.

3. Nel ſito E ſi facciano ſull' iſteſſa plancetta, e nel punto m di ml gli angoli lma, amb, bmc riſpettivamente uguali a LMA, AMB, BMC; e, prolungate la, ma, lb, mb, lc, mc, finchè s' uniſcano le due prime in a, le due ſeconde in b, e le altre due in c, ſi congiungano ab, bc.

Dico eſſere l' angolo abc = ABC.

DIMOSTRAZIONE.

Eſſendo i due triangoli alm, blm riſpettivamente per la coſtruzione equiangoli, e conſeguentemente ſimili ad ALM, BLM; ſaranno alla ragione di lm : LM uguali le ragioni di al: AL, e di bl: BL. Onde al: bl = AL : BL. E perciò ſarà l' angolo abl = ABL (§ 302 *del tom.* 2). Similmente ſi dimoſtra eſſere l' angolo mbc = MBC. E' anche lbm = LBM. Dunque l' intero angolo abc è uguale all' angolo ABC. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

PROBL. XVII.

81. *Dato qualunque angolo orizzontale, inacceſſibile ABC, ritrovare ſulla ſuperficie del terreno un punto tale, che la ſua diſtanza orizzontale dal punto B divida l' angolo ABC in due parti uguali.* (Fig. 22. 23

SOLUZIONE.

O l'angolo ABC è rientrante, o saliente. Nel

CASO I.

Facendo uso del mezzo cerchio da campagna.

Fig. 22. 1. Si facciano le istesse operazioni, che fatte si sono pel 1.° caso del probl. 15, e si determini l'angolo LBM; e, supposta l'orizzontale BN dividere l'angolo LBM in due parti uguali, sarà noto l'angolo LBN.

2. Nel triangolo LBM, noti tutti gli angoli, e 'l lato LM, si determini LB. Similmente nel triangolo LBN, noti pure tutti gli angoli, e 'l lato LB, si determini LN.

3. Si vada da D verso E misurando sul terreno una distanza orizzontale uguale ad LN.

Supposto che con tale misura si pervenghi al punto O del terreno, sarà O il punto cercato.

Facendo uso della plancetta.

1. Si facciano le istesse operazioni, che fat-

fatte ſi ſono pel 1.° caſo del probl. 16. e ſi formi ſulla plancetta l'angolo lbm = LBM.

2. Si divida l' angolo lbm in due parti uguali colla retta bu (§ 68 *del tom* 2).

3. Si vada da D verſo E miſurando ſul terreno una diſtanza orizzontale di tante canne di quante parti della ſcala adoperata ſi trova eſſere ln.

Suppoſto che tale miſura termini nel punto O del terreno, ſarà O il punto cercato.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda eſſere LN la diſtanza orizzontale de' punti D, e O. Sarà LN di tante canne di quante parti della ſcala è ln. E' anche LM di tante canne di quante parti dell' iſteſſa ſcala è lm. Dunque LN : LM = ln : lm. E' di più LM : LB = lm : lb : Sicchè LN : LB = ln : lb. E perciò l' angolo LBN = lbn, e conſeguentemente la metà di LBM. Per la qual coſa O è il punto cercato. Ch'è ciò, che biſognava dimoſtrare. Nel

CASO II.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

8. Si facciano le medeſime operazioni, che *Fig.* 23.

che fatte si sono pel caso 2 del probl. 15; e si determini l'angolo ABC; onde, supposta l'orizzontale BN dividere l'angolo ABC in due parti uguali, sarà noto l'angolo ABN, e conseguentemente LBN.

2. Nel triangolo LBM, noti tutti gli angoli, e 'l lato LM, si determini LB. Similmente nel triangolo LBN; noti tutti gli angoli, e 'l lato LB, si determini LN.

3. Si vada da D verso E misurando sul terreno una distanza orizzontale uguale a LN.

Supposto che tale misura termini in O, sarà O il punto cercato del terreno.

Facendo uso della plancetta.

1. Si facciano le istesse operazioni, che fatte si sono pel caso 2 del probl. 16; e si formi sulla plancetta l'angolo abc = ABC.

2. Si divida l'angolo abc in due parti uguali colla retta bn (§ 68 *del tom.* 2).

3. Si vada da D verso E misurando una distanza orizzontale di tante canne di quante parti della scala adoperata si trova essere ln.

Supposto che tale misura termini nel punto O del terreno, sarà O il punto cercato.

DIMOSTRAZIONE.

S' intenda essere LN la distanza orizzontale de' punti D, ed O. Sarà come nell' antecedente dimostrazione LN; LM = ln : lm. E' anche LM : LB = lm : lb. Dunque LN : LB = ln : lb (§ 286 *del tom.* 2). E perciò l' angolo LBN = lbn (§ 302 *del tom.* 2). E' pure l' angolo ABL = abl. Sicchè è l' angolo ABN = abn, e conseguentemente la metà di ABC. Per la qual cosa O è il punto cercato. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

CAP. IV.

De' modi di misurare di due punti della superficie d' un terreno, inaccessibili dall' uno all' altro, la distanza orizzontale.

PROBL. XVIII.

82. *Misurare la distanza orizzontale di due punti A, e B della superficie d' un terreno, inaccessibili dall' uno all' altro.* Fig. 24.

SO-

SOLUZIONE.

O i due punti A, e B ſono ambidue acceſſibili, o ſolo A è acceſſibile, o niuno di eſſi è acceſſibile. Nel

CASO I.

Si ſcelga nella campagna il punto acceſſibile C, da cui ſieno viſibili, e acceſſibili A, e B; e, ſuppoſto eſſere le diſtanze orizzontali de' punti A, B, C le rette EB, BF, FE, ſi miſurino coll' effettiva miſura FE, FB (§ 57).

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Si miſuri in C l'angolo BFE (§ 67).

Col calcolo trigonometrico:

Nel triangolo BFE, noti i lati BF, FE, e l'angolo BFE, ſi determini la diſtanza orizzontale cercata BE de' punti A, e B.

Coll' ajuto d'una ſcala.

Si faccia ſulla carta col mezzo cerchio da tavolino l'angolo LMN della miſura di BFE;

BFE: e, preſe MN, ML di tante parti d'una ſcala di quante canne per eſempio ſi ſono ritrovate FE, FB, ſi congiunga LN.

Dico che EB e di tante canne di quante parti della ſcala ſi trova eſſere LN.

DIMOSTRAZIONE.

Eſſendo LM, MN di tante parti della ſcala di quante canne ſono BF, FE riſpettivamente, ſarà LM : MN = BF : FE. E' anche l'angolo LMN = BFE. Dunque i triangoli LMN, BFE ſono ſimili (§ 302 *del tom.* 2). E percio MN : NL = FE : BE, ovvero il numero delle parti della ſcala, che contiene MN, al numero delle iſteſſe parti, che contiene NL, come il numero delle canne, che contiene FE, al numero delle canne, che contiene BE. Ma il primo di tali numeri uguaglia il terzo. Dunque anche il ſecondo uguaglia il quarto (§ 244 *del tom.* 2). Sicchè di tante canne è BE di quante parti della ſcala è LN. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

Facendo uſo della plancetta.

In C ſi faccia ſulla plancetta nel punto conveniente *f* l'angolo efb = EFB (§ 69), e, tagliate fe, fb di tante parti d' una ſca-

la

la di quante canne ſi ſono trovate FE, FB, ſi congiunga eb.

Dico eſſere BE di tante canne di quante parti della ſcala ſi trova eſſere be.

La dimoſtrazione di ciò non differiſce dalla prec.. Nel

CASO II.

Si scelga nella campagna il punto acceſſibile C, da cui ſieno B viſibile, ed A viſibile, e acceſſibile inſieme; e ſi miſuri coll' effettiva miſura EF (§ 57).

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Si miſurino in A, e C gli angoli BEF, EFB (§ 67).

Col calcolo trigonometrico.

Nel triangolo BFE, noti gli angoli BEF, BFE, e 'l lato EF, ſi determini la diſtanza orizzontale cercata BE de' punti A, e B.

Coll' ajuto d' una ſcala.

1. Si tiri ſulla carta la retta MN, e ſi prenda eſſa di tante parti d' una ſcala di quante canne è EF.

2. In

2. In M, e N col mezzo cerchio da tavolino si facciano gli angoli NML, MNL della misura degli angoli EFB, FEB rispettivamente, e si prolunghino ML, NL, finchè s' uniscano in L.

Dico che BE è di tante canne di quante parti della scala si trova essere LN.

DIMOSTRAZIONE.

Essendo i triangoli LMN, BFE simili (§ 298 *del tom.* 2), sarà MN : FE = NL : BE. Ma FE è di tante canne di quante parti della scala è MN. Dunque anche BE sarà di tante canne di quante parti della scala è LN. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

Facendo uso della plancetta.

1. In A si faccia sulla plancetta nel punto conveniente e l'angolo bef = BEF (§ 69); e si tagli ef di tante parti d' una scala di quante canne s' è trovata essere EF.

2. In C si faccia sull' istessa plancetta, e nel punto f di ef l'angolo efb = EFB (§ 71); e si prolunghino eb, fb, finchè s' uniscano in b.

Dico che EB è di tante canne di quante parti della scala si trova essere eb.

La dimostrazione di ciò non differisce dall' antecedente. Nel

CA-

CASO III.

Si ſcelgano nella campagna due punci C, e D viſibili, e acceſſibili tra eſſi, e da' quali ſieno viſibili anche A, e B; e ſuppoſto eſſere le diſtanze orizzontali di D da B, A, e C le rette GB, GE, GF, ſi miſuri coll' effettiva miſura la EG (§ 57).

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Si miſurino in C, e D gli angoli EFB, BFG, EGF, EGB (§ 67).

Col calcolo trigonometrico.

1. Nel triangolo EFG, noti gli angoli EFG, EGF, e 'l lato FG, ſi determini EF.

2. Nel triangolo BGF, noti gli angoli BGF, BFG, e 'l lato GF, ſi determini BF.

3. Finalmente nel triangolo BFE, noti i lati EF, FB, e l'angolo EFB, ſi determini la diſtanza orizzontale cercata BE.

Colla

Coll' ajuto d' una ſcala.

1. Si tiri ſulla carta la retta I M, e ſi prenda di tante parti d' una ſcala di quante canne è FG.

2. In M, e I col mezzo cerchio da tavolino ſi facciano gli angoli IML, LMN, MIN, NIL riſpettivamente uguali a GEB, BFE, FGE, EGB; e, prolungate le rette MN, IN, ML, IL, finchè s' uniſcano le due prime in N, e le altre due in L, ſi congiunga LN.

Dico che BE è di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trova eſſere LN.

DIMOSTRAZIONE.

Eſſendo i triangoli INM, ILM riſpettivamente ſimili GEF, GBF per la coſtruzione: s'avranno NM : MI = EF : FG, e MI ML = FG : FB. Dunque NM : ML = EF ; FB (§ 286 *del tom.* 2); onde anche i triangoli N M L, E F B ſono ſimili tra eſſi (§ 302 *del tom.* 2). E perciò ſarà IM : GE = MN : FE = NL : EB. Per la qual coſa BE ſarà di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trova eſſere L N. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

Facendo uſo della plancetta.

1. In C ſi facciano ſulla plancetta, e nel punto conveniente f l'angolo esb = EFB, e l'angolo bfg = BFG; e ſi tagli fg di tante parti d' una ſcala di quante canne s' è trovata eſſere FG.

2. In D ſi facciano ſull' iſteſſa plancetta, e nel punto g della retta fg l'angolo fge = FGE, e l'angolo egb = EGB; e, prolungate fe, ge, fg, gb, finchè s' uniſcano le due prime in e, e le altre due in b, ſi congiunga eb.

Dico, che BE è di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trova eſſere be.

La dimoſtrazione di ciò non differiſce dall' antecedente.

AVVERTIMENTO I.

83. Si noti che nel primo, e terzo caſo è indifferente che il punto B ſia viſibile da A. Nel ſecondo caſo poi il punto B deve eſſere viſibile da A; altrimenti ſi deve procedere come nel caſo 3.

AVVERTIMENTO II.

84. Se nel caſo primo il punto B è viſibile da A, ſi poſſono, per avere BE, miſu-

ſurare i due angoli BEF, BFE, e la ſola diſtanza FE.

AVVERTIMENTO III.

85. Nel terzo caſo il punto C ſi può prendere, quando il ſito il permette, nel piano verticale, che paſſa per A, e B, e avere il punto F nell' orizzontale BE prolungata. In tal modo però, formando BE, EF una retta continuata, e combaciando tale retta con BF, baſta nel triangolo GFE determinare FE, e nel triangolo GFB determinare FB; poichè la differenza delle rette determinate dà la diſtanza orizzontale BE.

AVVERTIMENTO IV.

86. Si noti anche che nel terzo caſo la diſtanza de' punti C, e D deve eſſere tale per riſpetto delle diſtanze de' medeſimi punti dagli altri A, e B, che gli angoli gef, gbf ſulla plancetta non ſieno nè troppo acuti, nè troppo ottuſi. Poichè come le rette, che ſi tirano ſulla carta, per fine che ſieno, hanno ſempre qualche ſenſibile larghezza; così i lati d' un angolo o troppo acuto, o troppo ottuſo hanno l' unione non in un punto, ma in una ſenſibile lunghezza. Onde ſulla plancetta gli angoli gef, gbf troppo acuti, o troppo ottuſi potrebbero farci errare circa il determinare i veri vertici

b, ed e, e così farci errare circa la grandezza di be, e conseguentemente circa la misura di BE. Il che, una volta avvertito, servirà per tutti i casi consimili, che occorreranno appresso.

AVVERTIMENTO V.

87. Esposti i casi generali, che nella pratica frequentemente occorrono, trattandosi di conoscere larghezze di fiumi, di stagni, di fossi, ec., distanze di bastioni di piazze nimiche, lunghezze delle faccie, de' fianchi, ec. de' medesimi bastioni, e trattandosi di levare piante di luoghi, ove occorre sempre di dover misurare molte orizzontali da lontano: non sarà fuori di proposito rapportare qui alcuni casi speziali, che, occorrendo, e ignorandosi, possono fare arrestare un operazione. Perciò soggiugniamo i seguenti probl..

PROBL. XIX.

88. *Misurare la distanza orizzontale di due punti A, e B della superficie d' un terreno, inaccessibili dall' uno all' altro, qualora B è inaccessibile, ma visibile da A, ed A è accessibile; e di più nella campagna non si possono avere, se non due punti accessibili C, e D, e tali, che da C sia il solo A visibile, è accessibile, e da D siono solamente visibili i punti A, B, C.*

SO-

SOLUZIONE.

Coll' effettiva misura si determini E F (§ 57).

Facendo uso del mezzo cerchio da campagna.

Si misurino in A, e D gli angoli BEG, GEF, EGF, EGB.

Col calcolo trigonometrico.

1. Nel triangolo EFG, noti gli angoli FEG, FGE, e 'l lato EF, si determini EG.

2. Nel triangolo BGE, noti gli angoli BEG, BGE, e 'l lato EG, si determini l' orizzontale cercata BE.

Coll' ajuto d' una scala.

1. Si tiri sulla carta la retta MN, e si prenda di tante parti d' una scala, di quante canne s' è trovata essere EF.

2. In N si facciano col mezzo cerchio da tavolino gli angoli MNI, INL della misura degli angoli FEG, GEB; e, fatto in qualunque punto O della IN l' angolo

NOP della misura dell' angolo EGF, si tiri per M la MI parallela a PO, che s' unisca con NO prolungata in I.

3. In I si faccia l' angolo NIL della misura dell' angolo BGE, e si prolunghino NL, IL, finchè s' uniscano in L.

Dico essere BE di tante canne, di quante parti della scala si trova essere LN.

DIMOSTRAZIONE.

Essendo i triangoli MNI, INL rispettivamente simili a FEG, GEB (§. 98 *del tom.* 2); sarà MN: FE = NI: EG = NL: EB. Ma FE è di tante canne di quante parti della scala è MN. Dunque anche BE è di tante canne, di quante parti della scala è LN. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Facendo uso della plancetta.

1. In A si facciano sulla plancetta; e nel punto conveniente e l' angolo feo = FEG, e l' angolo o b = GEB; e si prenda ef di tante parti d' una scala, di quante canne è FE.

2. In D sulla medesima plancetta, e nel punto o di oe si faccia l' angolo eop = EGF; e, tirata per f la fg parallela a po, che s' unisca con eo prolungata in g, si faccia in g della retta ge l' angolo egb = EGB; e si pro-

prolunghino eb, gb, finchè s'uniſcano in b.

Dico eſſere BE di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trova eſſere be.

La dimoſtrazione di ciò non differiſce dall'antecedente.

PROBL. XX.

89 *Miſurare la diſtanza orizzontale de' punti A, e B d'un terreno, inacceſſibili dall'uno all'altro, qualora tali punti ſono acceſſibili, e l'uno dall'altro viſibili, e nella campagna vi ſono due punti C, e D di nota diſtanza orizzontale, e inacceſſibili, però viſibili da A, e B.*

SOLUZIONE.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Si miſurino in A, e B gli angoli BEG, GEF, EBF, FBG.

Col calcolo trigonometrico.

1. Eſſendo

sen. EBG : *sen.* EGB = GE : EB

sen. EFB : *sen.* EBF = EB : EF :

e perciò

sen. EBG × *sen.* EFB : *sen.* EGB × *sen.* EBF = GE : EF, e conſeguentemente *sen.* EBG × *sen.* EFB + *sen.* EGB × *sen.* EBF : *sen.* EBG × *sen.* EFB − *sen.* EGB × *sen.* EBF = GE + EF : EG − EF, ovvero come la tangente della metà della ſomma degli angoli FGE, EFG alla tangente della metà della differenza de' medeſimi angoli (58 *della Trig. pia.*) : con tale proporzione ſi determinino nel triangolo EFG prima gli angoli EGF, EFG, e poſcia il lato EF.

2. Nel triangolo EBF, noti gli angoli FEB, FBE, e 'l lato EF, ſi determini l' orizzontale cercata BE.

Coll' ajuto d' una ſcala.

1. Si tiri ſulla carta la LN d' arbitraria lunghezza, e ne' punti N, e L col mezzo cerchio da tavolino ſi facciano gli angoli LNI, INM, NLM, MLI riſpettivamente della miſura degli angoli BEG, GEF, EBF, FBG.

2. Si prolunghino NM, LM, NI, LI, finchè s' uniſcano le due prime in M, e le altre due in I; e ſi congiunga MI.

3. Miſurate LN, IM ſu d' una ſcala; ſi trovi in ordine ai numeri delle parti del-

della ſcala, che contengono I M, L N, e al numero delle canne di GF il quarto proporzionale.

Darà ſi fatto quarto proporzionale il numero delle canne della diſtanza cercata BE.

DIMOSTRAZIONE.

Eſſendo i triangoli ILN, LMN riſpettivamente ſimili a GBE, FBE; ſarà IN : GE = NL : EB = NM : EF : Dunque anche i triangoli INM, GEF ſono ſimili tra eſſi (§ 302 *del tom.* 2). E perciò IM : GF = MN : FE = NL : EB. Per la qual coſa il numero delle canne di BE è quarto proporzionale in ordine ai numeri delle parti della ſcala, che contengono IM, LN, e al numero delle canne di GF. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

Facendo uſo della plancetta.

1. Tirata ſulla plancetta la retta eb d' arbitraria lunghezza, nel ſito A ſi facciano, ſulla plancetta, e nel punto e della retta eb l' angolo beg = BEG, e l' angolo gef = GEF; e nel ſito B ſi facciano ſull' iſteſſa plancetta, e nel punto b di be l' angolo ebf = EBF, e l' angolo fbg = FEG.

2. Prolungate ef, bf, eg, bg, finchè s' uniſcano le due prime in f, e le altre due in g, ſi congiunga gf.

3. Mi-

3. Misurate su d' una scala gf, be, si trovi in ordine ai numeri delle parti della scala, che contengono gf, be, e al numero delle canne di G F il quarto proporzionale.

Darà sì fatto quarte proporzionale il numero delle canne di BE.

La dimostrazione di ciò non differisce dall' antecedente.

PROBL. XXI.

Fig. 25. 90. *Misurare la distanza orizzontale BE de punti inaccessibili A, B, qualora nella campagna non vi sono, se non due punti C, e D visibili, e accessibili dall' uno all' altro, e tali, che da C sia oisibile A, e non B, e da D sia visibile B, e non A.*

SOLUZIONE.

Si scelga nella campagna un terzo punto accessibile O, da cui sieno visibili A, B, C, D; e, supposto essere HE, HB, HF, HG le distanze orizzontali di O da A, B, C, D, si determini coll' effettiva misura la FG.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Si miſurino in C, D, e O gli angoli EFH, HFG, BGF, BGH, FHE, EHB.

Col calcolo trigonometrico.

1. Nel triangolo FGH, noti gli angoli HFG, HGF, e 'l lato FG, ſi determinino FH, HG.

2. Nel triangolo FHE, noti gli angoli EFH, EHF, e 'l lato FH, ſi determini HE.

3. Nel triangolo GHB, noti gli angoli BGH, BHG, e 'l lato GH, ſi determini HB.

4. Finalmente nel triangolo BHE, noti i lati HB, HE, e l'angolo BHE, ſi determini l'orizzontale cercata BE.

Coll' ajuto di una ſcala.

1. Si tiri ſulla carta la retta IM di tante parti d'una ſcala di quante canne s'è trovata GF.

2. In M, e I ſi facciano col mezzo cerchio da tavolino gli angoli IMK, KMN, MIL, LIK della miſura riſpettivamente

degli angoli GFH, HFE, FGB, BGH; s' uniranno MK, IK in K.

3. In K finalmente si facciano gli angoli MKN, NKL della misura degli angoli FHE, EHB; e, prolungate MN, KN, IL, KL, finchè s' uniscano le due prime in N, e le altre due in L, si congiunga LN.

Dico che BE è di tante canne, di quante parti della scala è LN.

DIMOSTRAZIONE.

Essendo i triangoli LKI, KIM, MKN rispettivamente simili a BHG, HGF, FHE; sarà LK: BH = KI: HG = IM: GF = MK: FH = KN: HE. Dunque anche i triangoli LKN, BHE sono simili tra essi (§ 302 *del tom.* 2). Onde MI: GF = IK: GH = KL: HB = LN: BE. Ma GF è di tante canne di quante parti della scala è IM. Dunque anche BE è di tante canne, di quante parti della scala è LN. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

Facendo uso della plancetta.

1. Nel sito C si facciano sulla plancetta; e nel punto conveniente f gli angoli esh = EFH, e hfg = HFG; e si tagli fg di tante parti d' una scala, di quante canne è FG.

2. Nel sito D sull' istessa plancetta, e nel pun-

punto g di gf ſi facciano gli angoli fgb = FGB, e bgh = BGH; s' uniranno fh, gh in h.

3. Nel ſito O ſulla medeſima plancetta; e nel punto h di hf ſi facciano gli angoli fhe = FHE, ed ehb = EHB; e, prolungate fe, he, gb, hb, finchè s' uniſcano le due prime in e, le altre due in b, ſi congiunga be.

Dico eſſere BE di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trova eſſere be.

La dimoſtrazione di ciò non differiſce dalla precedente.

PROBL. XXII.

91. *Miſurare un' orizzontale inacceſſibile dall' alto d' una torre.*

SOLUZIONE.

Sia PQ la torre, e AC l' altezza, da' punti della quale ſi può riguardare agli eſtremi dell' orizzontale da miſurare. *Fig.* 26. 27. 28. 29

CASO I.

Sia DE l' orizzontale, eſiſtente nel piano verticale, che paſſa per AC, e nel piano orizzontale, su cui è innalzata la torre. Si miſuri l' altezza AC con una cordella, a un' eſtremo della quale è attaccato un peſo, che

si lascia scendere da A fino a C.

Facendo uso del mezzo cerchio da campagna.

Fig. 26. 1. Si metta il mezzo cerchio col suo centro in A, col suo diametro in sito orizzontale, e col suo piano nel piano verticale, che passa per AC, DE.

2. Si giri la riga mobile, finchè il raggio visuale, diretto per gli suoi traguardi, ferisca prima il punto D, e poscia il punto E; e si notino in ambe le situazioni della detta riga i gradi, e minuti degli angoli CAD, CAE.

Col calcolo trigonometrico:

Fig. 27. Ne' triangoli rettangoli ACD, ACE, noti gli angoli CAD, CAE, e'l lato AC, si determinino i lati CD, CE. La differenza di essi darà l'orizzontale cercata DE.

Facendo uso della plancetta.

1. Si prenda in un lato della plancetta la porzione ca di tante parti d' una scala di quante canne è AC; e, tirata per c la ce perpendicolare ad ac, s'accomodi la plancetta col medesimo lato in sito verticale,

col

col punto a in A, e col ſuo piano nel piano verticale, che paſſa per AC, CE.

2. Intorno al punto a ſi giri la diottra; finchè i raggi viſuali, diretti per gli ſuoi traguardi, incontrino i punti D, ed E; e ſi legnino ſulla plancetta la rette ad, ae.

Dico eſſere DE di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trova de.

DIMOSTAZIONE.

Imperciocchè de: DE = ad: AD = ac: AC. Ma AC è di tante canne di quante parti della ſcala è ac. Dunque anche DE è di tante canne, di quante parti della ſcala è de, Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

CASO II.

Sia FG l'orizzontale, eſiſtente nel piano verticale, che paſſa per AC; ma in piano orizzontale diverſo da quello, da cui s' innalza la torre. Si ſcelgano nell' altezza AC due punti A, e B per traguardare, e ſi miſuri come nel caſo prec. la AB. *Fig. 26. 27.*

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Col mezzo cerchio diſpoſto come nel caſo prec., e col centro prima in A, e poſcia *Fig. 26.*

in

in B si misurino gli angoli CAF, CBF, CBG; saranno noti tutti gli angoli de' triangoli ABF, BFG.

Col calcolo trigonometrico.

1. Nel triangolo ABF, noti tutti gli angoli, e 'l lato AB, si determini BF.

2. Nel triangolo BFG, noti tutti gli angoli, e 'l lato BF, si determini l'orizzontale cercata FG.

Facendo uso della plancetta.

Fig. 27. 1. Si prenda in un lato della plancetta ab di tante parti d'una scala di quante canne è AB: e, accomodata la plancetta come nel caso prec., però prima col punto a in A, e poscia col punto b in B, si traguardi coll'ajuto della diottra, mossa prima intorno ad a, e poscia intorno a b, ai punti F, e G; e si notino sulla plancetta le rette af, ag, bf, bg.

2. Prolungate le rette af, bf, ag, bg, finchè s'uniscano le due prime in f, e le altre due in g, si congiunga fg.

Dico essere FG di tante canne, di quante parti della scala si trova fg.

DI-

DIMOSTRAZIONE.

Essendo l'angolo gab = EAB, fab = FAB, e conseguentemente gaf = GAF, e l'angolo abg = ABG, e abf = ABF; saranno i triangoli a b g, a b f rispettivamente simili ad ABG, ABF. Sicchè ga : GA = ab : AB = af : AF; e per conseguenza anche triangoli g a f, G A F sono simili tra essi (§ 302 *del tom.* 2). Onde ab : AB = af : AF = fg : FG. Ma AB è di tante canne, di quante parti della scala è ab. Dunque anche FG è di tante canne, di quante parti della scala è fg. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

CASO III.

Sia LM l'orizzontale, e sia in un piano verticale diverso da quello, che passa per AC, e in un piano orizzontale, che sia sì, o nò l'istesso che quello, da cui s'innalza la torre P Q. Si scelgano pure nell'altezza A C due punti A, e B per traguardare; e si misuri del modo già detto la AB. *Fig.* 28. 29.

Facendo uso del mezzo cerchio da campagna.

1. Supposto essere LO, MO le orizzon- *Fig.* 28.

tali, che procedono da L, e M alla verticale AC, col mezzo cerchio posto orizzontalmente, e col suo centro in A, o B si misuri l'angolo LOM (§ 67).

2. Coll'istesso mezzo cerchio posto verticalmente, e col suo centro prima in A, e poscia ie B, o al contrario si misurino gli angoli LAO, MAO. LBO, MBO.

Col calcolo trigonometrico.

1. Ne' triangoli obbliquangoli APL, ABM, noti tutti gli angoli, e 'l lato AB, si determinino i lati BL, BM.

2. Ne' triangoli rettangoli BOL, BOM, noti tutti gli angoli, e le ipotenuse BL, BM, si determinino i cateti OL, OM.

3. Finalmente nel triangolo LOM, noti i lati LO, OM, e l'angolo LOM, si determini l'orizzontale cercata LM.

Facendo uso della plancetta:

Fig. 29. 1. S' accomodi la plancetta con un suo lato in sito verticale, con un punto conveniente a dell'istesso lato in A, e col suo piano prima nel piano verticale, che passa per L; e poscia nel piano verticale, che passa per M; e, girando la diottra in ambe le situazioni del piano della plancetta intorno al punto a, si traguardi ai punti L,

L, e M, e si segnino sulla plancetta le rette al, am.

2. Si prenda ab di tante parti d'una scala, di quante canne è AB, e si trasferisca la plancetta mettendola col punto b in B, e nella situazione, ch'è stata, quando il punto a era in A.

3. Disposta la plancetta col suo piano prima nel piano verticale, che passa per L, e poscia nel piano verticale, che passa per M, si giri la diottra intorno a b, e si traguardi ai punti L, e M; e, segnate sulla plancetta le rette bl, bm, che intersecano al, am in l, ed m, si calino da l, e m sul lato ab le perpendicolari li, mh.

4. Supposto essere LO, MO le orizzontali, che procedono da L, e M alla verticale AC, sulla plancetta posta orizzontalmente, e con qualunque suo punto o in A, o B si faccia in o l'angolo ros = LOM (69).

5. Finalmente si taglino ro = li; e so = mh, e si congiunga rs.

Dico essere LM di tante canne, di quante parti della scala si trova rs.

DIMOSTRAZIONE.

Essendo i triangoli abl, bil, abm, bhm rispettivamente simili ad ABL, BOL, ABM, BOM; sarà alla ragione di ab : AB uguale si quella di bl : BL, che quella di

bm : BM . Dunque bl : BL = bm : BM : Ma bl : BL = li : OL , e bm : BM = mh : OM . Sicchè li : mh , ovvero ro : os = LO : MO . Onde i triangoli ros , LOM ſono anche ſimili . E' inoltre ab : AB = bm : BM = mh : MO = os : OM = sr : ML . Dunque , eſſendo AB di tante canne , di quante parti della ſcala è ab , anche LM ſarà di tante canne , di quante parti della ſcala è sr . Ch' è ciò , che biſognava dimoſtrare .

AVVERTIMENTO I.

92. Si noti che in queſt' ultimo probl. ſi ſuppone che gli eſtremi delle orizzontali da miſurare ſieno viſibili , perchè è neceſſario che i raggi viſuali ſieno diretti ad eſſi , e non a punti , che le ſieno a piombo .

AVVERTIMENTO II.

Fig. 26. 27. 93. Si noti anche che se nel ſecondo caſo la FG è retta inclinata al piano orizzontale , come la direzione del pendio d' un monte ; purchè ſia eſſa nel piano verticale , che paſſa per AC , la ſua determinazione s' avrà procedendo come , quando è orizzontale con miſurare di più l' angolo CAG .

AVVERTIMENTO III.

94. Si noti di più che se nel terzo caſo

LM

LM è inclinata anche al piano orizzontale *Fig.* 28. 29. baſta allora in vece dell' angolo LOM prendere LAM, con mettere il piano dello ſtrumento nel piano de' tre punti A, L, e M. Poichè col calcolo trigonometrico, determinati ne' triangoli ABL, ABM i lati AL, AM, ſi può nel triangolo LAM determinare LM; e colla plancetta, fatte su di eſſa l' angolo ros = LAM, e tagliate or = al, e os = am, s' avrà LM di tante canne, di quante parti della ſcala ſarà rs.

AVVERTIMENTO IV.

95. Si noti di vantaggio che se AB, CD ſono due altezze già note, innalzate ſull' iſteſſo, o su diverſi piani orizzontali, e da un ſito della torre PQ ſi può traguardare sì agli eſtremi inferiori di eſſe, che agli eſtremi ſuperiori; ſi può allora determinare sì la diſtanza BD degli eſtremi inferiori, che la diſtanza AC degli eſtremi superiori. In fatti, se O è il ſito, da cui ſi può traguardare agli eſtremi di AB, CD, mettendo il mezzo cerchio col diametro in ſito arizzontale, e col centro in O, ſi poſſono miſurare gli angoli verticali COD, AOB. Si faranno noti gli angoli ODC, OBA ancora, come uguali riſpettivamente a DOE, BOE, ſuppoſto eſſere OE il raggio verticale. Con mettere poi il mezzo cerchio, ſenza cambiare il ſito del centro *Fig.* 30.

prima nel piano, in cui ſono i punti O, B, e D, e poſcia nel piano, in cui ſono i punti O, A, e C, ſi poſſono miſurare gli angoli BOD, AOC. Miſurati tutti i detti angoli, eſſendo ne' triangoli OCD, OAB noti tutti gli angoli, e i lati CD, AB, ſi poſſono determinare tutt' i lati CO, DO, AO, BO; ſimilmente ne' triangoli BOD, AOC, eſſendo noti in ognuno di eſſi due lati, e l'angolo compreſo, ſi poſſono determinare le diſtanze BD, AC.

AVVERTIMENTO V.

96. Del reſto, prima di procedere ad altro ſoggetto, ci piace di ſoggiugnere qui un altro probl., che ha relazione ai già eſpoſti, e nella pratica è aſſai d'uſo. Perciò ſia il

PROBL. XXIII.

Fig. 51. 97. *Sia O un impedimento, che rende inviſibile d'un terreno la parte, ch' è alla ſua ſiniſtra da quella, ch' è alla ſua deſtra; ſegnare ſulla ſuperficie del terreno, ch' è a deſtra di O, la comune ſezione ſua col piano verticale, che paſſa per gli punti A, B, che ſono alla ſiniſtra del detto impedimento O.*

SOLUZIONE.

Si ſcelgano nella campagna due punti E, e D, acceſſibili dall' uno all' altro, e da' quali ſieno viſibili A, e B; e ſi ſcelga altresì a deſtra di O un altro punto F, viſibile, e acceſſibile da E; e ſuppoſto eſſere le diſtanze orizzontali di A, e B la IB, di A, e D la IL, di B, e D la BL, di A ed E la IM, di B, e E la BM, di E ed F la MG, e di D ed E la LM, ſi determini coll' effettiva miſura la LM.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

In D, ed E ſi miſurino i cinque angoli ILB, BLM, IML, IMB, BMG.

Col calcolo trigonometrico.

1. Nel triangolo ILM, noti tutti gli angoli, e 'l lato LM, ſi determini IM.

2. Nel triangolo LBM, noti tutti gli angoli, e 'l lato LM, ſi determini MB.

3. Nel triangolo IMB, noti i lati IM, MB, e l' angolo IMB, ſi determini l' angolo MBI; ſi farà noto, ſuppoſta IB prolungata in K, anche l' angolo KBM.

4. Nel triangolo BMK, noti tutti gli

an-

angoli, e 'l lato BM, ſi determini MK.

Compimento dell' operazione.

1. Si vada da E verſo F miſurando una diſtanza orizzontale uguale alla già determinata MK.

2. Suppoſto che tale miſura finiſca nel punto P del terreno, ſi ſegni ſulla ſuperficie del terreno dal punto P la comune ſezione ſua col piano verticale, in cui ſi trova l' orizzontale KN, che forma con KM un angolo uguale a BKM.

S' avrà in tal modo fatta l' operazione cercata.

Facendo uſo della plancetta.

1. In D ſi facciano nel punto conveniente l della plancetta gli angoli ilb, blm riſpettivamente uguali ad ILB., BLM; e ſi tagli lm di tante parti d' una ſcala, di quante canne s' è trovata LM.

2. In E ſi facciano ſull' iſteſſa plancetta, e nel punto m di lm gli angoli lmi, imb, bmg riſpettivamente uguali a LMI, IMB, BMG; e, prolungate li, mi, lb, mb, finchè s' uniſcano le due prime in i, e le altre due in b, ſi congiunga ib, e ſi prolunghi in k.

3. Si vada da E verſo F miſurando una di-

distanza orizzontale di tante canne, di quante parti della scala si trova essere mk.

4. Supposto che tale misura finisca nel punto P del terreno, si segni sulla superficie del terreno dal punto P la comune sezione sua col piano verticale, in cui si trova l' orizzontale, che forma con KM un angolo uguale a bkm.

S' avrà in tal modo eseguita l' operazione cercata.

CAP. V.

Delle operazioni, che occorrono nella pratica relativamente alle parallele, e alle perpendicolari.

PROBL. XXIV.

98. *Segnare sulla superficie d' un terreno la comune sezione sua col piano verticale, in cui si trova l' orizzontale del punto C dell' istessa superficie, ch' è parallela alla distanza orizzontale de' punti A, e B della medesima superficie.* Fig. 3

SOLUZIONE.

De' tre punti A, B, C, visibili tra essi; o i due A, e C sono accessibili, essendo accessibile sì, o nò anche B, o è accessibile il solo punto C, o è accessibile il solo punto A, o niuno di essi è accessibile. Nel

CASO I.

Si supponga CEF essere il piano orizzontale del punto C, che incontra le verticali de' punti A, e B in E, ed F, ed essere EF, EC le distanze orizzontali di A da B, e C.

1. In A si misuri col mezzo cerchio l' angolo FEC, o si faccia sulla plancetta un angolo uguale a FEC.

2. Da C si segni sulla superficie del terreno la comune sezione sua col piano verticale, in cui si trova l' orizzontale CL, che forma con CE l' angolo ECL = FEC, o uguale all' angolo segnato sulla plancetta.

S' avrà in tal modo fatta l' operazione cercata. Nel

CASO II.

Si scelga nella campagna il punto D accessibile da C; e, supposto il piano orizzontale

tale C F E incontrare in G la verticale del punto D, ed essere GE, GF, GC le distanze orizzontali di D da A, B, C, si determini coll' effettiva misura GC.

Facendo uso del mezzo cerchio da campagna.

Si misurino gli angoli FCE, ECG, CGF, F G E.

Col calcolo trigonometrico:

1. Ne' due triangoli CFG, CEG, noti tutti gli angoli, e 'l lato comune CG, si determinino in uno CF, e nell' altro CE.

2. Nel triangolo FCE, noti i lati FC, CE, e l' angolo FCE, si determini l' angolo CEF.

Compimento dell' operazione.

Si segni da C sulla superficie del terreno la comune sezione sua col piano verticale, in cui si trova l' orizzontale CL, che forma con CE l' angolo ECL = FEC.

S' avrà in tal modo eseguita l' operazione cercata.

Facendo uso della plancetta:

1. Nel ſito D ſi facciano ſulla plancetta, e nel punto conveniente g gli angoli egf, egc uguali riſpettivamente a EGF, EGC; e ſi tagli gc di tante parti d'una ſcala, di quante canne s'è trovata GC.

2. Nel ſito C ſi facciano ſull'iſteſſa plancetta, e nel punto c di cg gli angoli gce, ecf riſpettivamente uguali a GCE, ECF, e, prolungate ge, ce, gf, cf, finche s'uniſcano le due prime in e, e le altre due in f, ſi congiunga fe.

3. Per c ſi tiri cl parallela ad fe; e, poſta la diottra, ſenza mutare il ſito della plancetta, col lato, che tocca l'ago, su cl, ſi ſegni ſulla ſuperficie del terreno la direzione della comune ſezione ſua col piano verticale, in cui è il raggio visuale diretto per gli traguardi dell'iſteſſa diottra.

S'avrà in tal modo eſeguita anche l'operazione cercata. Nel

CASO III.

Si ſcelgano nella campagna due punti D, e O acceſſibili da A; e, ſuppoſto il piano orizzontale CFE incontrare in H la verticale del punto O, ed eſſere HE la diſtanza orizzontale di O da A, ſi determini coll'effettiva miſura EG.

Fa-

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Si miſurino in A, e D gli angoli FEC; CEH, HEG, EGC.

Coll' ajuto della trigonometria:

1. Nel triangolo ECG, noti tutti gli angoli, e 'l lato EG, ſi determini EC.

2. Perchè, ſuppoſta CL parallela a FE, e ſuppoſta EH prolungata in K, l' angolo EKC è ſupplimento di FEK a due retti, e l'angolo ECK è uguale a FEC. Sarà EC: EK, come il ſeno di FEK al ſeno di FEC. Perciò in ordine ai ſeni degli angoli FEK, FEC, e al lato EC ſi cerchi il quarto proporzionale, darà eſſo la lunghezza di EK.

Compimento dell' operazione.

Si vada nella direzione de' punti A, e O miſurando una lunghezza orizzontale uguale al quarto proporzionale trovato; e, ſuppoſto che tale miſura termini nel punto P del terreno, ſi ſegni ſulla ſuperficie dell' iſteſſo terreno la comune ſezione ſua col puano verticale, che paſſa per P, e C.

S'avrà in tal modo eſeguita l' operazione cercata.

Facendo uſo della plancetta.

1. In A ſi facciano ſulla plancetta, e nel punto conveniente e gli angoli fec, ceh, heg riſpettivamente uguali a FEC, CEH, HEG; e ſi tagli eg di tante parti d' una ſcala, di quante canne s'è trovata EG.

2. In D ſull' iſteſſa plancetta, e nel punto g di ge ſi faccia l' angolo ege = EGC, s' uniranno ec, gc in c.

3. Per c ſi tiri ck parallela ad ef, che interſeca eh prolungata in k; e ſi vada miſurando da A nella direzione de' punti A, e O una lunghezza orizzontale di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trova eſſere ek; e, ſuppoſto che tale miſura termini nel punto P del terreno, allora

4. Si ſegni ſulla ſuperficie del terreno la comune ſezione ſua col piano verticale, che paſſa per P, e C.

S' avrà in tal modo eſeguita anche l' operazione cercata. Nel

CASO IV.

Si ſcelgano nella campagna due punti D, e O, eccefſibili dall' uno all' altro: e, sup, poſto eſſere HG, HF, HC le diſtanze orizzontali del punto O dai punti D, B, C, ſi determini coll' effettiva miſura GH.

Fa-

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Si miſurino in D, ed O gli angoli EGF, EGC, CGH, EHG, EHF, FGC.

Col calcolo trigonometrico.

1. Ne' triangoli GEH, GFH, GCH noti tutti gli angoli, e 'l lato comune GH, ſi determinino nel primo EH, nel ſecondo HF, e nel terzo HC.

2. Nel triangolo EFH, noti i lati EH, HF, e l'angolo EHF, ſi determini l'angolo HEF; ſarà, ſuppoſta CL parallela a FE, e ſuppoſta EH prolungata in K, noto anche l'angolo HKC.

3. Nel triangolo HKC, noti l'angolo HKC, l'angolo GHK, come conſeguente di EHC, e 'l lato HC, ſi determini HK.

Compimento dell' operazione.

Si vada nella direzione de' punti A, e O miſurando da O una diſtanza orizzontale uguale ad HK; e, ſuppoſto che tale miſura termini nel punto P del terreno, ſi ſegni ſulla ſuperficie dell'iſteſſo terreno la comune ſezione ſua col piano verticale, che paſſa per C, e P.

S'av-

S' avrà in tal modo eſeguita l' operazione cercata.

Facendo uſo della plancetta.

1. Nel ſito D ſi facciano ſulla plancetta, e nel punto conveniente g gli angoli e g f, f g c, c g h riſpettivamente uguali agli angoli EGF, FGC, CGH, e ſi tagli gh di tante parti d' una ſcala, di quante canne s' è trovata GH.

2. Nel ſito O sull' iſteſſa plancetta, e nel punto h di gh ſi facciano gli angoli g h e, e h f, f h c riſpettivamente uguali a GHE, EHF, FHC; e, prolungate ge, he, gf, hf, gc, hc, finchè s' uniſcano le due prime in e, le due ſeconde in f, e le altre due in c, ſi congiunga f e.

3. Per c ſi tiri ck parallela ad e f, che incontra eh prolungata in k.

4. Si vada nella direzione de' punti A, e O miſurando da O una diſtanza orizzontale di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trova eſſere hk; e, ſuppoſto che tale miſura termini nel punto P del terreno, ſi ſegni ſulla ſuperficie dell' iſteſſo terreno la comune ſezione ſua col piano verticale, che paſſa per C, e P.

S' avrà in tale altro modo eſeguita l' operazione cercata.

PRO-

PROBL. XXV.

99. *Determinare la direzione, e la grandezza, o la ſola grandezza dell' orizzontale di qualunque punto C della ſuperficie d' un terreno, ch' è perpendicolare alla comune ſezione del piano orizzontale dell' iſteſſo punto col piano verticale di due altri punti A, e B della medeſima ſuperficie; e determinare di tale comune ſezione le porzioni, che tramezzano tra l' iſteſſa perpendicolare, e le verticali de' medeſimi punti A, e B.*

SOLUZIONE.

De' punti A, B, C viſibili tra eſſi, o i due A, e C ſono tra eſſi acceſſibili, eſſendo sì, o no acceſſibile anche B, o è acceſſibile il ſolo punto C, o è acceſſibile il ſolo punto A, o niuno di eſſi è acceſſibile. S' intenda in ogni caſo fatta la preparazione del probl. prec., e s' intenda altresì eſſere CM la perpendicolare cercata. Nel

CASO I.

Si determini la diſtanza orizzontale EC.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

1. Si miſurino in A, e C gli angoli FEG, FCE; ſarà nota anche CFE.

2. Senza mutare in C il ſito del mezzo cerchio, ſi giri la riga mobile, finchè il raggio, corriſpondente ai ſuoi traguardi, faccia coll'altro, corriſpondente ai traguardi fiſſi, e tenuto nella direzione del piano verticale, che paſſa per CE, un angolo, che ſia ſupplimento di FEC a un retto.

Darà allora il raggio viſuale, diretto per gli traguardi della riga mobile, la direzione del piano verticale, in cui ſi trova la perpendicolare cercata CM.

Col calcolo trigometrico.

Nel triangolo rettangolo CME, noti gli angoli, e 'l lato CE, ſi determinino la perpendicolare CM, e la ME. Similmente nel triangolo rettangolo CMF, noti gli angoli, e 'l lato CM, ſi determini MF.

Facendo uſo della plancetta.

1. Nel ſito A ſi faccia ſulla plancetta, e nel punto conveniente e l' angolo fec = FEC

FEC; e ſi tagli ec di tante parti d' una ſcala, di quante canne s' è trovata EC.

2. Nel ſito C ſull' iſteſſa plancetta, e nel punto c di ce ſi faccia l'angolo ecf = ECF; s' uniranno ef, cf in f.

3. Senza mutare il ſito della plancetta, ſi cali da c su ef la perpendicolare cm.

Darà cm la direzione del piano verticale, in cui ſi trova la perpendicolare cercata CM; e le rette CM, EM, FM ſaranno di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trovano eſſere riſpettivamente cm, em, fm. Nel

C A S O II.

Si ſcelga nella campagna il punto D acceſſibile da C, e ſi determini coll' effettiva miſura GC.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

In D, e C ſi miſurino gli angoli EGF, FGC, ECG, ECF.

Col calcolo trignometrico.

1. Ne' triangoli GFC, CEG, noti tutti gli angoli, e 'l lato comune CG, ſi determinino in uno il lato CF, e nell' altro il lato CE.

2. Nel triangolo FCE, noti i lati FC, CE, e l'angolo FCE, si determini l'angolo CEF.

Il resto dell' operazione si faccia, come nel caso 1.

Facendo uso della plancetta:

1. Nel sito D si facciano sulla plancetta, e nel punto conveniente g gli angoli e g f, fgc rispettivamente uguali a E G F, F G C; e si tagli g c di tante parti d' una scala, di quante canne s' è trovata GC.

2. Nel sito C si facciano sull' istessa plancetta, e nel punto c di gc gli angoli g c e, ecf rispettivamente uguali a G C E, E C F; e, prolungate ge, ce, gf, cf, fin hè s' uniscano le due prime in e, e le altre due in f, si congiunga ef.

3. Senza mutare il sito della plancetta, si cali da cu su ef la perpendicolare cm.

Darà cm la direzione del piano verticale, in cui si trova la perpendicolare cercata CM; e saranno CM, EM, FM di tante canne di quante parti della scala si trovano essere cm, em, fm. Nel

CA-

CASO III.

Si ſcelga nella campagna il punto D acceſſibile da A, e ſi determini coll' effettiva miſura EG.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

In A, e D ſi miſurino gli angoli FEC; CEG, EGF, FGC.

Col calcolo trigonometrico.

1. Ne' triangoli FEG, ECG, noti tutti gli angoli, e 'l lato comune EG, ſi determinino nel primo EF, e nel ſecondo EC.

2. Nel triangolo rettangolo MEC, noti l'angolo MEC, e 'l lato EC, ſi determinino CM, ME, e conſeguentemente FM.

S'avranno in tal modo note tutte le rette cercate.

Facendo uſo della plancetta.

1. Nel ſito A ſi facciano ſulla plancetta e nel punto conveniente e gli angoli f e c ceg riſpettivamente uguali a F E C. C E G. e ſi tagli eg di tante parti d'una ſcala, dii

quante canne s'è trovata EG.

2. Nel ſito D ſi facciano ſull' iſteſſa plancetta, e nel punto g di ge gli angoli e g f, fgc uguali riſpettivamente a EGF, FGC; e, prolungate ef, gf, ec, gc, finchè s' uniſcano le due prime in f, e le altre due in c, ſi cali da c su fe la perpendicolare cm.

Saranno CM, EM, MF di tante canne, di quante parti della ſcala ſi trovano eſſere cm, em, mf. Nel

CASO IV.

Si ſcelgano nella campagna due punti D, e O, acceſſibili dall' uno all' altro; e ſi determini coll' effettiva miſura GH.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

Si miſurino in D, e O gli angoli EGF, FGC, CGH, GHE, EHF, FHC,

Col calcolo trigonometrico.

1. Ne' triangoli GEH, GFH, GCH, noti tutti gli angoli, e 'l lato comune GH, ſi determinino nel primo GE, EH, nel ſecondo GF, e nel terzo HC.

2. Nel triangolo EGF, noti i lati EG, GF, e l' angolo EGF, ſi determinino l' an-

go-

golo G E F, e 'l lato E F.

3. Nel triangolo EHC, noti i lati EH, HC, e l' angolo EHC, si determinino l' angolo HEC, e 'l lato EC; si farà noto anche l' angolo CEF.

4. Finalmente nel triangolo rettangolo CME, noti l' angolo CEM, e 'l lato CE, si determinino C M, E M, e conseguentemente MF.

S' avranno in tal modo note tutte le rette cercate.

Facendo uso della plancetta.

1. Nel sito D sulla plancetta, e nel punto conveniente g si facciano gli angoli egf, fgc cgh rispettivamente uguali a E G F, FGC CGH; e si tagli gh di tante parti d' una scala, di quante canne s' è trovata GH.

2. Nel sito O sull' istessa plancetta, e nel punto h di gh si facciano gli angoli g h e, e h f, fh c rispettivamente uguali a GHE, EHF, FHC; e, prolungate g e, h e, g f, h f, gc, hc, finchè s' uniscano le due prime in e, le due seconde in f, e le altre due in c, si cali da c su e f la perpendicolare cm. Saranno CM, EM, FM di tante canne, di quante parti della scala si trovano essere cm, em, fm.

AVVERTIMENTO I.

100. Non ſoggiugniamo ai due ultimi probl. caſi ſpeziali, per non intertenerci di vantaggio in operazioni, che ognuno co' lumi fin quì acquiſtati può ſciorli. Si noti intanto che ſe, determinata la perpendicolare CM, ſi vuole eſſa di maggiore, o minore lunghezza, e ſi vuole conoſcere il punto del terreno, in cui deve terminare: baſta allora nella ſua direzione miſurare la diſtanza orizzontale, che ſi vuole a eſſa aggiugnere, o da eſſa togliere; e così s'avrà il punto cercato. E ſi noti altresì che ſe, determinate CM, ME, ſi trova CM della lunghezza, che ſi deſidera, ma ME più, o meno di quanto ſi cerca, e ſi vuole conoſcere il punto del terreno, da cui procede la perpendicolare cercata su FE: allora biſogna prima dal punto C ſegnare ſulla ſuperficie del terreno la comune ſezione ſua col piano verticale, in cui ſi trova l'orizzontale CL parallela a FE; poſcia miſurare nella direzione di sì fatta comune ſezione la diſtanza orizzontale, per cui biſogna allontanarſi dal punto C, per avere il punto cercato.

AVVERTIMENTO II.

101. Si noti che ſe da un punto della ſuperficie d'un terreno ſi vuole ſegnare la co-

comune ſezione ſua col piano verticale, in cui ſi trova un'orizzontale dell'iſteſſo punto, perpendicolare a un'altra orizzontale del medeſimo punto; baſta ſegnare la comune ſezione di tale ſuperficie col piano verticale, in cui ſi trova l'orizzontale, che forma coll'altra orizzontale del medeſimo punto un angolo retto; avvalendoſi in ciò o del mezzo cerchio da campagna, o d'uno squadro di legno grande.

AVVERTIMENTO III.

102. Da ciò deriva una pratica facilisſima per determinare la diſtanza orizzontale d'un punto aceeſſibile della ſuperficie d'un terreno da un altro punto inacceſſibile della medeſima ſuperficie. Sia A il punto acceſſibile, e B il punto inacceſſibile, e ſia EF la diſtanza orizzontale di eſſi. 1. Da A ſi ſegni ſulla ſuperficie del terreno la comune ſezione ſua col piano verticale, in cui ſi trova l'orizzontale EG, che fa con EF l'angolo FEG retto; e ſi prolunghi tale comune ſezione, quanto ſi vuole fino al punto C. 2. Da C ſi ſegni ſull'iſteſſa ſuperficie, la comune ſezione ſua col piano verticale, in cui ſi trova l'orizzontale GH, che forma con GE l'angolo HGE anche retto; e ſi prolunghi pure tale comune ſezione per quanto ſi vuole fino al punto D. 3. Dal punto D ſi dirigga al punto B un raggio *Fig.* 33.

VI-

visuale, e si noti il punto O del terreno, che incontra nel piano verticale, che passa per A, e C. 4. Si misurino le distanze orizzontali de' punti A, O, C, D, cioè EI, IG, GH. S'avrà la distanza cercata EF con trovare in ordine a IG, GH, e IE la quarta proporzionale; perchè IG : GH = IE : EF.

CAP. VI.

De' modi di misurare coll'ajuto del mezzo cerchio qualsisia altezza.

PROBL. XXVI.

103. *Misurare qualunque altezza.*

SOLUZIONE.

CASO I.

Sia da misurarsi l'altezza AB attessibili; Fig. 34. *qualora BL è un piano orizzontale.*

1. Si prenda nel piano orizzontale BL il punto D ad arbitrio, e si determini coll'effettiva misura l'orizzontale BD.

2. Situato il mezzo cerchio del modo già insegnato, e col suo centro a piombo sul punto D, si misuri l'angolo d'elevazione AOC.

3. Nel

3. Nel triangolo rettangolo ACO, noti l'angolo AOC, e 'l lato OC, ſi determini AC.

S'avrà l'altezza cercata AB = AC + CB = AC + OD.

CASO II.

Sia da miſurarſi l'altezza inacceſſibile AB, qualora BL è anche piano orizzontale.

1. Si ſcelgano ſul piano BL due punti D, ed E tali, che ſieno col terzo A in un piano verticale; e ſi determini coll'effettiva miſura la diſtanza orizzontale DE.

2. In D, ed E ſi miſurino gli angoli di elevazioni AOC, APC.

3. Nel triangolo obbliquangolo APO, noti tutti gli angoli, e 'l lato PO, ſi determini OA.

4. Nel triangolo rettangolo ACO, noti l'angolo AOC, e 'l lato OA, ſi determini AC.

S'avrà l'altezza cercata AB = AC + CB.

CASO III.

Sia da miſurarſi l'altezza d'un monte DEA, Fig. 35. 36
e ſia la ſuperficie del terreno FDEL, ſu cui ſi debbono fare le operazioni neceſſarie per tale miſura, comunque inclinata, e irregolare.

1. Si ſcelgano nella ſuperficie FDEL due punti D, ed E a ſufficiente diſtanza tra eſ-

essi, e tali, che sieno col terzo A in un piano verticale; e si determinino coll' effettiva misura sì la distanza orrizzontale de' punti D, ed E, che l' altezza dell' uno per rispetto dell' altro (§ 57).

2. S' intenda essere DB un' orizzontale del punto D, e AB l' altezza, che ha il monte relativamente al punto D. Si misurino in D, ed E gli angoli di elevazioni AOC, APQ.

3. Supposta la verticale DO prolungata in Q, e R, nel triangolo rettangolo PQR, noti l' angolo RPQ, e 'l lato PQ, ch' è uguale alla distanza orizzontale de' punti D, ed E, si determini QR. Si farà nota OR, differenza, o somma della retta QR già determinata, e della retta OQ, che uguaglia l' altezza d' uno de' punti D, ed E sull' altro.

4. Nel triangolo RAO, noti tutti gli angoli, e 'l lato OR, si determini AO.

5. Nel triangolo rettangolo ACO, noti l' angolo AOC, e 'l lato AO, si determini AC.

S' avrà l' altezza cercata AB = AC + CB.

AVVERTIMENTO I.

104. Si noti che se si tratta di determinare l' altezza d' un monte, e si scelgono per misurare gli angoli di elevazioni punti della superficie della Terra assai lontani dal mon-

monte, e ciò si fa con un mezzo cerchio provveduto d' un cannocchiale in vece della riga mobile, o con un quadrante con cannocchiale; allora non si può procedere del modo già insegnato. Sieno A la cima d' un monte, C, e D i punti scelti per prendere gli angoli di elevazioni, e CE l' orizzontale del punto C. S' intenda inoltre essere O il centro della Terra; e, supposto che sieno tirate OC, OA, e descritti gli archi circolari CB, AG, sarà AB l' altezza del punto A relativamente al punto C, la quale altezza non è la perpendicolare all' orizzontale CE. Per determinare intanto AB, supposta già determinata AC coll' ajuto degli angoli di elevazioni misurati in C, e D, si deve procedere a questo modo. S' intenda OC prolungata in G; e s' intendano e congiunte le corde CB, AG, e per A, e B tirate le tangenti AH, BF. Misurato in C l' angolo d' elevazione ACE', si misuri in A l' angolo di depressione HAC. Essendo parallele le corde AG, BC, sarà l' angolo GAC = ACB. Ma gli angoli HAG, ECB sono uguali, perchè metà dell' angolo al centro O. Dunque l' angolo di depressione HAC eccede l' angolo d' elevazione ACE del doppio dell' angolo ECB, e conseguentemente l' eccede dell' angolo BOC. Sicchè, misurando da A l' angolo di depressione HAC, e da C l' angolo d' elevazione ACE, colla differenza di essi si ha l' angolo al centro BOC, *Fig.* 37.

e con-

e conſeguentemente ſi hanno gli angoli FCB, FBC, metà dell' angolo in O. Or con aggiugnere al retto FBA l' angolo FBC, e ad ECA l' angolo ECB, ſi hanno gli angoli ABC, ACB. Per la qual coſa nel triangolo ABC, noti tutti gli angoli, e determinato già il lato AC, ſi può determinare il lato AB, e conſeguentemente avere l' altezza cercata del monte relativamente al punto C.

AVVERTIMENTO II.

105. Ancorchè i raggi della luce, qualora procedono da punti più alti dell' aria ai punti più baſſi, o al contrario, ſi refrangano, cioè ſi pieghino alquanto, e con tali piegamenti facciano che gli angoli di elevazioni, che ſi miſurano, ſieno alquanto maggiori de' veri, e gli angoli di depreſſioni alquanto minori: nondimeno l' effetto della refrazione non è ſenſibile, ſe non quando i raggi viſuali procedono da punti aſſai diſtanti. Onde della refrazione conviene tenerne conto nel dedurre le altezze dagli angoli di elevazioni miſurati, ſolo quando ſi tratta del caſo ſuppoſto nell' avvertimento precedente. In sì fatto caſo col ſottrarre dall' angolo di depreſſione minore del vero l' angolo d' elevazione maggiore del vero, ſi ha un angolo al centro della Terra mi-

minore pure del vero. Onde se non si dà a si fatto angolo la conveniente correzione, non si può con esattezza determinare l' altezza, che si cerca. Si corregge intanto tale angolo, come ricava il Cassini da alcune esperienze fatte, aggiugnendoli 3' per ogni terzo di grado, e conseguentemente 9" per ogni 1'.

AVVERTIMENTO III.

106. Non soggiugniamo nè il come si può col mezzo cerchio misurare un' altezza dall' alto d' una torre, nè il come si può coll' ajuto dell' istesso strumento misurare la profondità d' una valle, o di un fosso; perchè chi ha compreso quanto s' è insegnato fin qui, facilmente intende da se come deve procedere per eseguire col detto strumento le dette misure. Nè tampoco soggiugniamo i modi d' eseguire le medesime operazioni coll' ajuto della plancetta, riuscendo assai incomodo l' adoperarla in cotali operazioni.

AVVERTIMENTO IV.

107. Fin qui s' è veduto che per determinare col calcolo trigonometrico una retta, orizzontale o verticale che sia, conviene sempre considerarla come lato d' un triangolo, e determinarla in conseguenza di tre

dati.

dati. Tra tali dati intanto v' è ſempre un angolo almeno miſurato col mezzo cerchio da campagna, e perciò un dato, che può eſſere errato d' alcuni ſecondi, non eſſendovi nel detto ſtrumento, ſe non i gradi, e i minuti primi. Or sì fatto errore dell' angolo, che ſi miſura, e che non ſi può evitare per l' imperfezione dello ſtrumento, per picciolo che ſia, ci mena ſempre a una ineſatta determinazione della retta, che ſi pretende conoſcere. Non ſarà fuori di propoſito eſaminare qui in che modo ſi poſſono nella pratica, ſe non evitare interamente, almeno diminuire, il più che ſia poſſibile, gli errori, che ſi hanno nelle determinazioni delle dette rette, in conſeguenza degl' inevitabili errori, che ſi hanno nelle miſure degli angoli col mezzo cerchio. Perciò

Fig. 38. I. Sia da determinarſi AB, conſiderata come lato del triangolo obbliquangolo ABC, e ſieno miſurati CA, CB, e l' angolo ACB; però nel miſurare l' angolo ACB ſi ſia, per l' imperfezione dello ſtrumento, determinato non l' eſatto ſuo valore, ma il valore di ACO. Si deſcriva col raggio CB l' archetto BO; e, congiunta AO, ſi deſcriva col raggio AB l' altro archetto BP. E' chiaro che col calcolo trigonometrico ſi determinerà non AB, ma AO. Onde l' errore dell' angolo miſurato lo determina l' archetto BO, e l' errore della retta, che ſi determina, lo dà OP. Ma, potendoſi prendere ſenza erro-

re

re ſenſibile gli archetti BO, BP come linee rette; e BPO come triangolo rettangolo in P, ſta BO: OP, come il ſeno maſſimo al ſeno dell' angolo OBP, o dell' angolo ABC. Dunque l' errore commeſſo nella miſura dell' angolo ACB ſta all' errore, che ne riſulta nella determinazione di AB, come il ſeno maſſimo al ſeno di ABC. E perciò quanto più l' angolo ABC ſi allontana dal retto; tanto più piccolo ſarà l' errore, che ſi commetterà nel determinare AB. Per la qual coſa nel ſuppoſto caſo conviene proccurare che l' angolo ABC ſia quanto più è poſſibile lontano dal retto, acciò ſi erri quanto meno è poſſibile nella determinazione di AB.

II. Sia da determinarſi AB, conſiderata come lato del triangolo rettangolo BAC, e ſieno miſurati il lato AC, e l' angolo ACB; però nel miſurare l' angolo ACB ſiefi per l' imperfezione dell' iſtrumento determinato non l' eſatto ſuo valore, ma il valore di ACO. Col raggio CO ſi deſcriva l' archetto OP. E' chiaro che col calcolo ſi determinerà non AB, ma AO, e l' errore ſarà BO. Ma OP: OB, come il ſeno dell' angolo OBP, o dell' angolo ABC al ſeno maſſimo. Dunque in sì fatto caſo l' errore commeſſo nella miſura dell' angolo ACB ſta all' errore, che ne riſulta nella determinazione di AB, come il ſeno di ABC al ſeno maſſimo. E perciò quanto più l' angolo ABC s' avvicinerà al retto, tanto meno diverrà *Fig.* 39.

l' errore, che si commetterà nel determinare AB. Per la qual cosa in quest' altro caso conviene procurare che l' angolo ABC s' accosti quanto più è possibile al retto, acciò si erri quanto meno è possibile nella determinazione di AB.

Fig. 40. III. Sia finalmente da determinarsi AB, considerata come lato del triangolo ACB, e sieno misurati il lato AC, e gli angoli BAC, BCA; però nel misurare i detti angoli si sieno determinati non gli esatti valori di essi, ma i valori di ACQ, CAQ. Si descrivano col raggio CO l' archetto OP, e col raggio AQ l' archetto QR. E' chiaro che col calcolo si determinerà con AB, ma AQ, o sia AR, e l' errore sarà BR. S' esprima il seno massimo con M. Essendo *sen.* ABC : M = OP : OB, e *sen.* QOR : *cosen.* QOR, ovvero *sen.* ABC : *cosen.* ABC = QR : RO; saranno $OB = \frac{M \times OP}{sen.\ ABC}$, e $RO = \frac{QR \times cosen.\ ABC}{sen.\ ABC}$. Dunque $RB = \frac{OP \times M + QR \times cosen.\ ABC}{sen.\ ABC}$.

E perciò quanto più il seno dell' angolo ABC sarà maggiore, e conseguentemente l' angolo ABC s' avvicinerà al retto, tanto meno sarà l' errore RB, che si commetterà nel determinare AB. Per la qual cosa in questo terzo caso conviene proccurare pure che l' angolo

golo A B C s' accosti quanto più è possibile al retto, acciò si erri quanto meno è possibile nella determinazione di AB.

AVVERTIMENTO V.

108. Da tutto ciò chiaramente si rileva che nella pratica non è da sperare un' esattezza geometrica nelle determinazioni, che si fanno, ma una determinazione meno, o più approssimante alla vera, quanto più gli strumenti, che s' adoprano, sono più, o meno squisiti, e quanto più è diligente, e intelligente chi li maneggia. Onde gli strumenti assai piccioli, o grossolani non possono nella pratica, se non se condurci ad errori assai considerabili.

CAP. VII.

Delle determinazioni, che si possono fare relativamente alle periferie, e agli archi circolari.

PROBL. XXVII.

109. *Ritrovare la lunghezza della periferia di qualunque cerchio.*

SOLUZIONE.

1. Si misuri il diametro del cerchio.

2. Il numero de' palmi, o delle canne, ec., che contiene il diametro misurato, si moltiplichi per 3. 141.

Il prodotto darà a un di presso la lunghezza della periferia in palmi, o canne, ec. (§ 355 *del tom.* 2).

ESEMPIO.

Sia il diametro d' un cerchio di pal. 72 6, *sarà la sua periferia di pal.* 72 6 × 3. 141 = 228. 0366.

PROBL. XXVIII.

110. *Ritrovare il diametro, che deve avere un cerchio, acciò la sua periferia sia d' una data lunghezza.*

SOLUZIONE.

Si divida il numero de' palmi, o delle canne, ec., ch' esprime la lunghezza della periferia, per 3. 141. Il quoziente darà a di presso la lunghezza del diametro in palmi, o in canne, ec. (§ 355 *del tom.* 2).

ESEM-

ESEMPIO.

Sia da trovarsi il diametro d' un cerchio, la cui periferia sia di pal. 477. 82. *Sarà sì fatto diametro a un di presso di pal.* 477. 82

= 152. 12. 3. 141

PROBL. XXIX.

111. *Ritrovare la lunghezza d' un arco circolare, qualora è dato il diametro del cerchio, e sono dati i gradi dell' arco.*

SOLUZIONE.

1. Si determini la lunghezza dell' intera periferia (§ 108).

2. In ordine ai gradi dell' intera periferia, ai gradi dell' arco, e alla lunghezza della periferia si trovi il quarto proporzionale.

Darà sì fatto quarto proporzionale la lunghezza cercata dell' arco.

PROBL. XXX.

112. *Ritrovare i gradi d' un arco circolare, qualora è dato il diametro del cerchio, ed è data la lunghezza dell' arco.*

SOLUZIONE.

1. Si determini la lunghezza dell' intera periferia (§ 108).

2. In ordine alla lunghezza dell' intera periferia, alla lunghezza dell' arco, e ai gradi dell' intera periferia, si trovi il quarto proporzionale.

Darà tale quarto proporzionale il numero de' gradi dell' arco.

PROBL. XXXI.

Fig. 41. 113. *Date di qualunque arco circolare ABC la corda AC, e la retta BD, che divide tale corda in due parti uguali, e ad angoli retti; determinare il diametro del cerchio, i gradi dell' arco ABC, e la lunghezza dell' istesso arco.*

SOLUZIONE.

S' intenda essere AE il diametro cercato; e s' intendano prolungata BD fino al centro O, e congiunta la retta AB.

1. Nel triangolo rettangolo ADB, noti i due lati AD, DB, si determinino AB, e l' angolo ABD. Sarà noto anche l' angolo AOB, e conseguentemente noti saranno i gradi dell' arco ABC.

2. Nel triangolo isoscele AOB, noti tutti gli

gli angoli, e 'l lato AB, ſi determini AO: S'avrà l'intero diametro AE ancora.

3. Determinati il diametro AE, e i gradi di ABC, ſi determini la lunghezza di ABC (§ 111).

S'avranno in tal modo il diametro AE, e i gradi, e la lunghezza dell'arco ABC.

AVVERTIMENTO.

114. Si noti che ſe dal di fuori d'una torre cilindrica ſi voleſſe determinare il diametro della ſua baſe, ſi potrebbe adoperare la ſeguente pratica ſempliciſſima. Rappreſenti ABCD la baſe circolare della torre. 1. Sul piano orizzontale adiacente ſi diſtendano due cordelle LM, PQ in modo, che ſieno tangenti del cerchio ACD in due punti qualunque A, e C. 2. Si prendano OE, OF uguali, e di qualunque lunghezza, e, congiunta EF, ſi divida eſſa in due parti uguali in G. 3. Per O, e G ſi diſtenda la terza cordella OB, e ſi miſurino OB, OA. 4. In ordine a OB, OA ſi trovi la terza proporzionale. Darà sì fatta terza proporzionale, diminuita di OB, il diametro cercato. *Fig.* 42.

Fine del libro primo.

LIBRO II.

Delle operazioni, che insegna la Geometria pratica relativamente alle superficie, e ai solidi.

CAP. I.

De' modi di determinare le quadrature delle superficie.

DEFINIZIONE I.

115. Si dice *palmo quadrato*, *canna quadrata*, *miglio quadrato*, ec. un quadrato, che ha per lato una retta lunga un palmo, una canna, un miglio, ec..

DEFINIZIONE II.

116. Si dice *quadrare una superficie* il ritrovare di quanti palmi quadrati, di quante

te canne quadrate, di quante miglia quadrate, ec. essa costa.

PROBL. I.

117. *Determinare la quadratura di qualunque quadrato.*

SOLUZIONE.

1. Si misuri un lato del quadrato.

2. Il numero de' palmi, o delle canne, o delle miglia, ec. di lunghezza, che contiene il lato misurato, si moltiplichi per se medesimo.

Il prodotto darà la quadratura cercata in palmi, canne, miglia quadrate, ec..

La ragione di ciò è chiara pel § 124 *del tom.* 2.

ESEMPIO.

Sia il lato d'un quadrato can. 20. 7; *la sua quadratura sarà can. quadrate* 20. 7 × 20. 7 = 428. 49.

COROLLARIO.

118. Costando ogni palmo di 12 once e ogni oncia di 5 minuti; costeranno ogni palmo quadrato di 144 once quadrate, e ogni oncia quadrata di 25 minuti quadrati.

Si-

Similmente, costando ogni canna di 8 pal.; costerà ogni canna quadrata di $6\frac{4}{9}$ palmi quadrati. E finalmente, costando ogni miglio di can. $878\frac{4}{8}$, costerà ogni miglio quadrato di can. quadrate 771103, e pal. quadrati 33.

PROBL. II.

119. *Determinare la quadratura di qualunque rettangolo.*

SOLUZIONE.

1. Si misurino due lati del rettangolo, che formano uno de' suoi angoli.

2. Il numero de' pal., o delle can., o delle miglia, ec. di lunghezza, che contiene uno de' lati misurati, si moltiplichi pel numero de' palmi, o delle canne, o delle miglia, ec., che contiene l'altro lato misurato.

Il prodotto darà la quadratura cercata in palmi quadrati, o in canne quadrate, o in miglia quadrate, ec..

La ragione è chiara pel § 123 *del tom.* 2.

AVVERTIMENTO.

120. Si noti che, costando la canna di 8 pal., se si moltiplicano can. per pal., il prodotto non dà nè cann. quad., nè palmi qua-

quadrati, ma parti ottave di cann. quadrate. Così 7 canne moltiplicate per 5 palmi dà il prodotto 35, che dinota $\frac{35}{8}$ di can. quad., o pal. quadrati 280. Similmente, costando il pal. di 12 once, se si moltiplicano pal. per onc., il prodotto dà parti dodicesime di palmo quadrato. Così pal. 5 moltiplicati per onc. 3, il prodotto 15 dinota $\frac{15}{12}$ di pal. quadrato, o once quadrate 180.

PROBL. III.

121. *Determinare la quadratura di qualunque parallelogrammo obbliquangolo ABCD, e di qualunque triangolo ABD.* Fig. 43

SOLUZIONE.

1. Dall' angolo D si cali DE perpendicolare ad AB.

2. Si misuri sì la base AB, che l' altezza DE.

3. Il numero de' palm., o delle can., o delle miglia, ec., che contiene la base AB, si moltiplichi pel numero de' palmi, o delle can., o delle miglia, ec., che contiene l' altezza DE.

Il prodotto darà la quadratura del parallelogrammo ABCD, e la metà di tale prodotto darà la quadratura del triangolo ADB in palmi quadrati, o in can. quadrate, o in miglia quadrate, ec..

DL

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè, calata CF perpendicolare su AB prolungata in F, ſarà ABCD uguale al rettangolo EFCD (§ 108 *del tom.* 2). Ma EFCD ſi ha moltiplicando DC per DE. Dunque anche ABCD s'avrà moltiplicando DC, o AB per DE; e conſeguentemente il triangolo ADB, come metà di ABCD, s'avrà prendendo la metà dell'iſteſſo prodotto. Ch'è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO

122. Avendoſi la quadratura del triangolo ADB dalla metà del prodotto, che naſce moltiplicando AB per DE, s'avrà ancora moltiplicando la metà della baſe AB per l'altezza DE, o l'intera baſe AB per la metà dell'altezza DE.

PROBL. IV.

Fig. 44. 123. *Determinare la quadratura del trapezio ABCD, che ha i due lati oppoſti AB, DC paralleli.*

SOLUZIONE.

1. Dall'angolo C ſi cali su AB la perpendicolare CE.

2.

2. Si misurino e i due lati paralleli AB, DC, e la perpendicolare CE.

3. Si moltiplichi la metà della somma de' palmi, o delle canne, o delle miglia, ec., che contengono AB, DC, pel numero de' palmi, o delle canne, o delle miglia, ec., che contiene CE.

Il prodotto darà la quadratura cercata in pal. quadrati, o in canne quadrate, o in miglia quadrate, ec.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè, congiunta AC, il trapezio viene diviso in due triangoli ACB, ACD d' uguali altezze. E perciò la sua quadratura s' avrà con moltiplicare la metà della somma di AB, DC per CE. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

AVVERTIMENTO.

124. Le quadrature insegnate fin qui ci menano alle determinazioni delle quadrature di tutte le altre figure piane e rettilinee, e curvilinee, e mistilinee.

PROBL. V.

125. *Determinare la quadratura di qualunque altra figura rettilinea.*

SOLUZIONE.

O la figura è regolare, o è irregolare. Nel

CASO I.

Fig. 45. Contraſſegni ABCDEF qualunque figura regolare.

1. Si trovi il centro O del cerchio circoſcrittibile intorno a tale figura (§ 221 *del tom.* 2); e da O ſi cali su AB la perpendicolare OG.

2. Si miſurino AB, e GO, e ſi determini la quadratura del triangolo, che ha per baſe AB, e per altezza GO.

3. Si prenda tale quadratura tante volte, quante volte l'addita il numero de' lati della figura.

Il prodotto darà la quadratura cerçata.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè, congiunte le rette OA, OB, OC, OD, OE, OF, ſaranno i triangoli AOB, BOC, COD, DOE, EOF, FOA tutti uguali. E perciò la quadratura del triangolo AOB tante volte preſa, quante volte l'addita il numero de' lati della figura, dà la quadratura dell'iſteſſa figura ABCDEF. Ch' è cio, che biſognava dimoſtrare. Nel

CA-

CASO II.

1. Si divida la figura in quelle delle già fin qui quadrate, dalle quali più facilmente può risultarne la sua intera quadratura. Per esempio la figura ABCDEFGHI si divida ne' triangoli ABC, ACD, AEF, FGA, AIH, che abbiano rispettivamente per basi AC, AD, AF, AH, e per altezze BK, CL, EM, GN, IO. La figura ABCDEFGHIK, con tirare AF, e calare su AF dai punti B, C, D, E, G, H, I, K le perpendicolari BL, CM, DN, EO, GP, HQ, IR, KS si divida in triangoli rettangoli, e in quadrilateri, ognuno de' quali ha due lati paralleli. E finalmente la figura ABCDEFGH, con fargi in essa il rettangolo IKLD, con prolunvare KL in M, e N, e calare su i lati del rettangolo dai punti A, B, C, E, F, G, H le perpendicolari AO, BP, CQ, ER, FS, GT, HV, si divida in un rettangolo in triangoli rettangoli, e in trapezj, ognuno de' quali ha due lati paralleli. *Fig.* 46. *Fig.* 47. *Fig.* 48.

2. Si determinino le quadrature delle figure, nelle quali s'è l'intera figura divisa.

La somma di tali quadrature darà la quadratura cercata dell'intera figura.

AV-

AVVERTIMENTO.

126. Qualche volta riesce comodo, come nel caso della figura ABCDEFGH, di farvi intorno di essa il rettangolo LMNO, e di calare su MN, OL dai punti B, D, F, G le perpendicolari BP, DQ, FR, GS. Poichè, determinando la quadratura del rettangolo, e le quadrature, e de' triangoli rettangoli, e de' trapezj, ne' quali resta diviso l' eccesso del rettangolo sulla detta figura, dalla differenza di tali quadrature si ha comodamente la quadratura della figura ABCDEFGH.

Fig. 49.

PROBL. VI.

127. *Determinare a un di presso la quadratura di qualunque cerchio.*

SOLUZIONE.

1. Si misuri il diametro del cerchio, e si determini la lunghezza della sua periferia (§ 109).

2. Il numero de' palmi, o delle canne, ec., che contiene la periferia, si moltiplichi per la quarta parte del numero de' palmi, o delle canne, ec., che contiene il diametro.

Il prodotto darà a un di presso la quadra-

tu-

tura del cerchio in palm. quadrati, o in can. quadrate, ec..

AVVERTIMENTO.

128. Si noti che, essendo il quadrato circoscritto intorno a un cerchio, o sia il quadrato del suo diametro all' istesso cerchio, come il perimetro del quadrato, o sia il quadruplo del diametro alla periferia del cerchio, sarà il quadrato del raggio al cerchio, come il diametro alla periferia, cioè come 1 : 3, 141 (§ 355 *del tom.* 2). E perciò, se il quadrato del raggio d' un cerchio si moltiplica per 3. 141, il prodotto dà anche la quadratura del cerchio; e se la quadratura d'un cerchio si divide per 3. 141, il quoziente dà il quadrato del raggio, e la radice dà l' istesso raggio. Quindi è chiaro il come si può altrimenti calcolare la quadratura d' un cerchio, qualora è dato il suo raggio, e 'l come si può calcolare il raggio d' un cerchio, che si vuole di data quadratura.

PROBL. VII.

129. *Determinare la quadratura di qualunque settore circolare.*

SOLUZIONE.

1. Si misuri il raggio del cerchio ; e si determini di quanti gradi è l' arco del settore.

2. Si trovi la lunghezza dell' istesso arco (§ 111).

3. Si moltiplichi il numero de' pal. , o delle canne , ec. , ch' esprime la lunghezza dell' arco , per la metà del numero de' palmi , o delle can. , ec., ch' esprime la lunghezza del raggio.

Il prodotto darà la quadratura del settore in pal. quadrati , o in can. quadrate , ec. (§ 349 *tom.* 2).

PROBL. VIII.

130. *Determinare la quadratura di qualunque porzione circolare ABC.*

Fig. 41.

SOLUZIONE.

1. Si divida la corda AC in due parti uguali in D , e da D s' innalzi su AC la perpendicolare DB.

2. Si misurino AC , DB , e da sì fatte rette misurate si ricavi la lunghezza del diametro , e conseguentemente del raggio del cerchio.

3. Supposto che O sia il centro , che BD sia

ſia prolungata in O, e che ſieno congiunti i raggi OA, OC. Nel triangolo rettangolo ADO, noti i lati AD, DO, ſi determini l' angolo AOD. S' avranno i gradi dell' arco AC.

4. Si determini la quadratura sì del ſettore AOCB (§ *prec.*), che del triangolo AOC (§ 121).

La differenza di tali quadrature ſarà la quadratura cercata della porzione circolare ABC.

AVVERTIMENTO I.

131. Si noti che ſe la porzione è maggiore del mezzo cerchio, come AEC; in tale caſo la ſua quadratura ſi determina ſommando inſieme le quadrature del ſettore AECO, e del triangolo AOC, e non già togliendo l' una dell' altra.

AVVERTIMENTO II.

132. Si noti anche che la quadratura della lunula ACBD ſi determina colla differenza delle quadrature delle due porzioni circolari ACB, ADB; e che la quadratura dello ſpazio curvilineo ACBD, terminato da due archi circolari ACB, ADB, ſi determina colla ſomma delle quadrature delle porzioni circolari ACB, ADB. *Fig.* 50. *Fig.* 51.

PROBL. IX.

133. *Determinare la quadratura dello ſpazio parabolico ABC.*

Fig. 53.

SOLUZIONE.

1. Si tiri in ABC ovunque ſi vuole LM, paralella ad AC; e ſi dividano AC, LM ambedue in due parti uguali in P, e O.

2. Si congiunga PO, e ſi prolunghi in B, e da B ſi cali su AC la perpendicolare BD.

3. Miſurate AC, BD, ſi moltiplichi il numero de pal., o delle can., ec., ch' esprime AC, per gli due terzi del numero de' pal., o delle can., ec., ch' esprime BD.

Il prodotto darà la quadratura cercata di ABC in pal. quadrati, o in can. quadrate, ec. (§ 49 *del tom.* 6).

PROBL. X.

Fig. 52. 134. *Determinare la quadratura di qualunque elliſſi ACBD.*

SOLUZIONE.

1. Si miſurino i due aſſi AB, CD.

2. Tra le metà degli aſſi ſi trovi la mezza proporzionale; e ſi determini la qua-

dra-

dratura del cerchio, che ha per raggio sì fatta mezza proporzionale.

La quadratura di tale cerchio dà la quadratura cercata dell' elliſſe ACBD (§ 124 *del tom. 6*).

AVVERTIMENTO I.

135. Se ſi vuole determinare il ſettore ellittico MONA, ſuppoſta MN perpendicolare ad AB, o la porzione ellittica MAN: è neceſſario determinare prima del cerchio deſcritto col diametro A B il ſettore, o la porzione corriſpondente, cioè la porzione, che taglia da eſſo la MN prolungata, o il ſettore, che racchiude si fatta porzione. Perchè il quarto proporzionale trovato in ordine agli aſſi AB, CD, e al ſettore circolare, o alla porzione circolare dà il ſettore ellittico MONA, o la porzione ellittica MAN (§ 123 *del tom. 6*). Dell' iſteſſo modo ſi procederà, ſe ſi vorrà determinare il ſettore MORC, o la porzione MCR: però in tale caſo ſi deve il cerchio deſcrivere col diametro C D, e le proporzioni ſi debbono fare con prendere CD per primo termine, e AB per ſecondo.

AVVERTIMENTO II.

136. Non ſoggiugniamo il modo di determinare la quadratura di qualunque iper-

bole, perchè nella pratica non ha uso; e ſe qualche volta occorrerà di doverla determinare, ſi potrà ricorrere a ciò, che se n' è inſegnato nel *6 tom.* trattandoſi delle ſezioni coniche.

AVVERTIMENTO III.

Fig. 54. 137. Se la figura, di cui ſi deve determinare la quadratura, è miſtilinea, come AHBCNDEF: allora ſi determini prima la quadratura della figura rettilinea ABCDEF, e poſcia ſi determinino gli ſpazi miſtilinei AHB, CND, ſecondo s' è inſegnato, ſe ſi rapportano a qualcuno di quelli, de' quali s' è inſegnata la quadratura; o pure ſi determinino a queſto modo. Si ſopponga in AHB iscritto il triangolo AHB, e ſi determini. Similmente nelle porzioni AIH, HMB ſi ſuppongano iſcritti i triangoli AIH, HMB, e ſi determinino; e così ſi proceda innanzi, finchè ſi pervenga a porzioni aſſai picciole. Suppoſto che AI, IH, HM, MB ſieno sì fatte porzioni: determinando in ognuna di eſſe la baſe, e l'altezza, e moltiplicando l' una per gli $\frac{2}{3}$ dell' altra, s' avranno a un di preſſo tali porzioni; e s' avrà conſeguentemente a un di preſſo colla ſomma delle dette picciole porzioni, e de' triangoli già calcolati la quadratura dello ſpazio AHB. Similmente ſi determini lo ſpazio CND. Determinati finalmente gli ſpazj AHB, CND,

CND, s' avrà la quadratura cercata con aggiugnere al rettilineo A B C D E F lo ſpazio AHB, e con togliere da tale ſomma lo ſpazio CND.

AVVERTIMENTO IV.

138. Si dovrebbero qui ſoggiugnere i modi di determinare le quadrature delle ſuperficie de' ſolidi, de' quali s' è trattato nella Geo. Solida, e nelle ſezioni coniche: ma l' aver dimoſtrato a quali figure piane ſi riducono sì fatte ſuperficie, ci diſpenza d' entrare ad inſegnare sì fatti modi; potendo determinare le quadrature di tali ſuperficie chiunque ha compreſo a quali figure piane eſſe riducono, e ha compreſo altresì i modi di determinare le quadrature delle ſuperficie piane qui inſegnati.

AVVERTIMENTO V.

139. Intanto, prima di procedere ad altro ſoggetto, mi piace d' avvertire che, avendo miſurata la quadratura d' una figura piana, non è da giudicare eſſerle la quadratura d' un' altra maggiore, uguale, o minore, ſecondochè il perimetro di queſt' altra ſi trova eſſere maggiore, uguale, o minore del perimetro suo. Poichè poſſono di due figure piane i perimetri eſſere uguali, e gli ſpazj, che racchiudono, diſuguali; poſſono an-

che gli ſpazj eſſere uguali, e i perimetri diſuguali; e finalmente poſſono i perimetri eſſere diſuguali, e gli ſpazj tali, che il maggiore di eſſi ſia compreſo sott' il perimetro minore, e 'l minore sott' il perimetro maggiore. Tutto ciò ſi può facilmente dimoſtrare coll' ajuto di due parallelogrammi ſituati sull' iſteſſa baſe; anzi l' ultima coſa ſi può anche dimoſtrare a queſto modo. Sia ABC un triangolo rettangolo. Si deſcriva
Fig. 55. col raggio B A l' arco circolare A E, che interſeca CB prolungata in E; e, preſo nell' arco AE qualunque punto D, ſi congiungano B D, C D. Eſſendo B D = B A, e C D maggiore di C A, e tanto più maggiore, quanto più il punto D è vicino al punto E (§ 146 *del tom.* 2); ſarà il perimetro di D B C tanto più maggiore del perimetro di A B C, quanto più il punto D ſarà vicino al punto E. Si cali inoltre da D su EC la perpendicolare D F; ſarà il triangolo DBC tanto minore di ABC, quant' è D F minore di AB (§ 323 *del tom.* 2). Dunque il triangolo DBC ſotto a un perimetro maggiore contiene meno ſpazio di quello racchiude ABC ſotto un perimetro minore; anzi lo ſpazio DBC ſi farà vie più piccolo per riſpetto di A B C, quanto più il perimetro di DBC ſi farà maggiore del perimetro di ABC. Del reſto ci baſta qui d'avvertire che per riguardo delle figure piane dell' iſteſſa ſpezie, di tutte le infinite, che

ve

ve ne poſſono eſſere iſoperimetre, cioè di perimetri uguali la regolare è ſempre la maggiore; e delle altre quella, che più ſi diſcoſta dalla regolarità, è ſempre minore di quelle, che meno ſe n' allontanano; e che per riguardo delle figure di ſpezie diverſe, ſe due ſono regolari, e iſoperimetre, quella, che ha maggior numero di lati, è ſempre maggiore di quella, che ne ha un numero minore. Dal che ne deriva 1°. che di tutte le figure iſoperimetre il cerchio è ſempre la maggiore; 2°. che una figura irregolare d' una ſpezie non può eſſere uguale a un' altra regolare, ſe queſt' altra non è di minor numero di lati; 3°. che, riducendo una figura in un altra iſoperimetra, e riducendola da irregolare a meno irregolare, o pure a regolare, ſi viene l' eſtenſione ſua ad accreſcere, e tanto più ſi viene ad accreſcere, quanto più s' accreſce il numero de' ſuoi lati. Ciò, che s' è detto delle figure piane relativamente ai perimetri di eſſe, ſi deve anche intendere delle figure ſolide relativamente alle ſuperficie delle iſteſſe figure.

CAP.

CAP. II.

De' modi di dividere qualunque rettilineo in data ragione con una retta tirata da un dato punto esistente o nel suo perimetro, o dentro di esso.

PROBL. XI.

140. *Dividere qualunque triangolo in data ragione con una retta tirata da un punto dato o nel suo perimetro, o dentro di esso.*

SOLUZIONE.

CASO I.

Fig. 56. *Sia ABC il triangolo da dividere, e sia B il punto dato nel suo perimetro.*

Si divida AC nella data ragione in D, e si congiunga BD. Dividerà BD il triangolo ABC nella data ragione.

C A S O II.

Sia ABC il triangolo da dividere, e sia O il punto dato nel suo perimetro. Fig. 57.

1. Congiunta OA, si tiri per B la BD parallela ad OA, che s'unisca con CA prolungata in D.

2. Si divida DC in E nella data ragione. Se il punto E cade tra A, e C, la retta OE divide il triangolo ABC nella data ragione. Se poi il punto E cade tra A, e D; allora.

3. Per E si tiri EF parallela ad AO; e, prolungata, finchè s'unisca con AB in F, si congiunga OF.

Dico che OF divide ABC nella ragione data.

DIMOSTRAZIONE.

Si congiungano OD, OE. Essendo OA, BD parallele, sarà il triangolo ADO = ABO; e perciò il triangolo DOC è uguale ad ABC. Similmente AO, EF sono parallele. Dunque il triangolo AFO è uguale ad AEO; e perciò il trapezio AFOC è uguale al triangolo EOC, e 'l triangolo FBO è uguale a DOE. Per la qual cosa per O s'è tirata OF, che divide ABC nella ragione di DE : EC, o sia nella ragione data. Ch'è ciò, che bisognava dimostrare.

CA-

CASO III.

Fig. 58. *Sia ABC il triangolo da dividere, e sia O il punto dato dentro di esso.*

1. Si congiungano OA, OB, OC, e per A si tiri AF parallela ad OB, che s'unisca con CB prolungata in F.

2. Per F si tiri FE parallela ad OC, che s'unisca con AC prolungata in E.

3. Si divida AE nella data ragione in D. Se il punto D cade tra A, e C, la retta OD divide ABC nella ragione data. Se poi D cade tra C, ed E; allora.

4. Per D si tiri DG parallela ad OC, che s'unisca con CB in G, e si congiunga OG.

Dico che OG divide ABC nella ragione data.

DIMOSTRAZIONE.

Si congiungano le rette OF, OE, OD. Essendo AF, OB parallele, sarà il triangolo OAB = OFB (§ 108 *del tom.* 2); e perciò il quadrilatero ABCO è uguale al triangolo OFC. Ma per le parallele OC, FE il triangolo OFC è uguale ad OEC. Dunque il triangolo OEC è uguale al quadrilatero ABCO, e conseguentemente il triangolo AOE è uguale al triangolo ABC. Inoltre per le parallele OC, DG il trian-

go-

golo OGC è uguale ad ODC. Sicchè il trapezio AOGC è uguale al triangolo AOD, e conſeguentemente il trapezio ABGO è uguale al triangolo DOE. Per la qual coſa per O s'è tirata OG, che divide ABC in modo, che AOGC ſta ad ABGO nella ragione di AD: DE, o ſia nella ragione data. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

AVVERTIMENTO I.

141. Se ſi dà il caſo che il triangolo ABC ſi vuole dividere nella data ragione non relativamente alla retta OA, ma relativamente a qualch'altra retta OL: allora, determinato del modo già inſegnato il triangolo AOE uguale al triangolo ABC, e aggiunta ad AE la EM = AL, s'avrà con unire OM il triangolo LOM uguale ad AOE, e conſeguentemente uguale ad ABC. Or ſe ſi divida LM in D nella data ragione, e ſi proceda circa il reſtante, come s'è fatto nella fig. 58, s'avrà del triangolo ABC la diviſione cercata. *Fig. 59.*

AVVERTIMENTO II.

142. Si noti ancora che ſe nel tirare per D la DG parallela a CO, incontra eſſa il lato CB prolungato al di là di B; allora ſi tiri per G la GH parallela ad OB, che incontra AB in H, e ſi congiunga OH.

S'av-

S'avrà in tal modo fatta l'operazione cercata. Imperciocchè, congiunta OG, il triangolo OHB è uguale al triangolo OGB (§ 108 *del tom.* 1). Dunque il quadrilatero OHBC è uguale al triangolo OGC, e conſeguentemente al triangolo ODC. Or ſe la diviſione ſi cerca relativamente ad AO, e ſi ſarà diviſa AE in D nella data ragione, ſarà il pentagono ACBHO uguale al triangolo AOD, e 'l triangolo AOH uguale al triangolo DOE; e perciò OH dividerà relativamente ad OA il triangolo ABC nella data ragione. Se poi la diviſione ſi cerca relativamente ad OL, e ſi ſarà diviſa LM in D nella data ragione; ſarà il pentagono LCBHO uguale al triangolo LOD, e 'l quadrilatero AHOL uguale al triangolo DOM; e perciò OH dividerà relativamente ad OL il triangolo ABC nella ragione data.

PROBL. XII.

143. *Dividere qualunque rettilineo in data ragione con una retta tirata da un punto dato o nel ſuo perimetro, o dentro di eſſo.*

SOLUZIONE.

CASO I.

Sia ABCDE il rettilineo da dividere, e sia A il punto dato nel suo perimetro. Fig. 60.

1. Da A si tirino ai vertici degli angoli opposti le rette AD, AC, e per E si tiri EF parallela ad AD, che s'unisca con CD prolungata in F.

2. Per F si tiri FG parallela ad AC, che s'unisca con BC prolungata in G.

3. Si divida BG nella data ragione in H, e per H si tiri HI parallela ad AC, che s'unisca con CF in I. Se il punto I cade tra C, e D, la retta AI divide il rettilineo nella data ragione. Se poi cade tra I D, e F; allora.

4. Per I si tiri IK parallela ad AD, che s'unisca con DE in K, e si congiunga AK.

Dico che AK divide il rettilineo nella ragione data.

DIMOSTRAZIONE.

Si congiungano AF, AI, AG, AH. Essendo AD, EF parallele, sarà il triangolo AED = AFD; onde sarà il trapezio AEDC uguale al triangolo AFC, e conseguentemente uguale al triangolo AGC; e perciò l'intero

tero rettilineo ABCDE sarà uguale al triangolo ABG, Inoltre per le parallele AD, IK il triangolo AKD è uguale al triangolo AID; onde il trapezio AKDC è uguale al triangolo AIC, e conseguentemente al triangolo AHC (§ 108 *del tom.* 2); e perciò AKDCB è uguale al triangolo ABH, e 'l triangolo AEK è uguale al triangolo HAG. Sicchè per A s'è tirata AK, che divide il rettilineo nelle porzioni ABCDK, AEK, che sono nella data ragione. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

CASO II.

Fig. 61. *Sia ABCDF il rettilineo da dividere; e sia O il punto dato nel perimetro.*

1. Si determini, come nel caso precedente, il triangolo ABF uguale al rettilineo ABCDE, e si determini il triangolo OBG uguale al triangolo ABF, come nel caso 2 del probl. antec..

2. Si divida BG in H nella data ragione; e, congiunta OC, si tiri per H la HI parallela a OC. Se il punto I cade tra C, e D, la retta tirata da O ad I divide il rettilineo nella data ragione: se poi cade al di là del punto D; allora, congiunta OD,

3. Si tiri per I la retta IK parallela a OD, e si congiunga OK.

Dico che OK divide il rettilineo ABCDE nella data ragione.

DI-

DIMOSTRAZIONE.

Si congiungano le rette OI , OH . Eſſendo KI parallela ad OD , ſarà il triangolo OKD = OID (§ 108 *del tom.* 2). Onde il quadrilatero OKDC è uguale al triangolo OIC , e perciò uguale al triangolo OHC; e conſeguentemente il pentagono OKDCB è uguale al triangolo OBH . E' inoltre l'intero rettilineo ABCDE per la coſtruzione uguale al triangolo OBG . Dunque il trapezio AOKE è uguale al triangolo OHG . Sicchè per O s'è tirata OK , che divide il rettilineo ABCDE in due parti , che ſono tra eſſe nella ragione de' triangoli OBH , OHG , e perciò nella ragione di BH : HG , e conſeguentemente nella ragione data . Ch è ciò , che biſognava dimoſtrare .

CASO III.

Sia ABCDE il rettilineo da dividere , e ſia O il punto dato dentro di eſſo . Fig. 62.

1. Si determini , come nel caſo 1 , il triangolo ABF uguale al rettilineo ABCDE; e ſi determini , come nel caſo terzo del probl. antecedente il triangolo OBG uguale al triangolo ABF ,

2. Si divida BG in H nella data ragione; e ſi compiſca la coſtruzione , come nel caſo prec. .

S'avrà la retta CK, che con OB dividerà il rettilineo ABCDE nelle parti OBCDK, BAEKO, che ſaranno tra eſſe nella ragione data.

La dimoſtrazione di ciò non differiſce dall'antecedente.

CAP. III.

De' modi di levare le piante de' terreni, degli edifizj, delle città, delle fortezze, ec., e di rappreſentarle ſulle carte.

DEFINIZIONE.

144. Si dice *pianta*, o *piano* d'un terreno, d'un edifizio, d'una città, d'una fortezza, ec. il piano orizzontale, su cui poſa il terreno, l'edifizio, la città, la fortezza, ec.

AVVERTIMENTO.

145. Si rappreſenta ſulla carta la pianta di checcheſſia, con diſegnarvi ſu di eſſa in picciolo ſpazio una figura, che le ſia perfettamente ſimile.

DE-

DEFINIZIONE II.

146. Il *levare la pianta*, o *'l piano* d' un terreno, d' un edifizio, d' una città, d' una fortezza, ec., e il fare le operazioni neceſſarie per potere rappreſentare tale pianta ſulla carta.

AVVERTIMENTO.

147. Si noti che ſe d' un edifizio per esempio ſi rappreſenta la pianta, per conoſcerne ſolamente la figura, i termini, la grandezza, ſi rappreſenta allora eſſa col ſegnare ſulla carta il ſolo perimetro; ſe poi ſi rappreſenta per mettere ſotto gli occhi la diſtribuzione delle parti componenti l' edifizio, la ſituazione, che ha ognuna per riſpetto delle altre, e la grandezza, che ognuna occupa ſulla pianta: è neceſſario in tale caſo non ſolamente ſegnare ſulla carta la figura rappreſentante l' intera pianta, ma ben anche diſtinguere tale figura nelle varie porzioni, rappreſentanti ne' ſiti convenienti le piante particolari delle medeſime dette parti.

DEFINIZIONE III.

148. Qualora ſi dovrà ſulla carta rappreſentare qualche pianta, chiameremo *schizzo* quella figura, che ſi farà a occhio a eſſa

alquanto ſimile, in cui ſi noteranno per ajnto della memoria le grandezze delle orizzontali, e degli angoli, che ſi miſureranno della pianta, per poterla poi rappreſentare con figura perfettamente ſimile.

PROBL. XIII.

Fig. 63. 149. *Levare la pianta d' un terreno, racchiuſa dalle orizzontali AB, BC, CD, DE, EA, qualora il terreno è acceſſibile per tutte le parti, e dal ſuo punto corriſpondente a piombo al punto A ſono viſibili tutti gli altri ſuoi angoli, e rappreſentarla ſulla carta.*

SOLUZIONE.

S' intendano tirate le orizzontali AC, AD.

Facendo uſo della ſola miſura.

1. Si determinino tutte le orizzontali AP, BC, CD, DE, EA, AC, AD coll' effettiva miſura; e, fattone lo ſchizzo, ſi notino i numeri eſprimenti le lunghezze di tali rette a lato di quelle, che le rappreſentano nello ſchizzo.

2. Sulla carta ſi tiri ab, e ſi prenda eſſa di tante parti d' una ſcala, di quante canne ſi trova AB notata nello schizzo.

3. Co'

3. Co' centri a, e b, e cogl' intervalli di tante parti dell' iſteſſa ſcala, di quante canne ſi trovano nello schizzo notate AC, BC, ſi deſcrivano due archi circolari, che s' interſechino in c. Similmente co' centri a, e c, e co' intervalli di tante parti della medeſima ſcala, di quante canne ſi trovano nello schizzo notate AD, CD, ſi deſcrivano due altri archi circolari, che s' interſechino in d. E finalmente co' centri a, e d, e cogl' intervalli di tante parti dell' iſteſſa ſcala, di quante canne ſi trovano nello schizzo notate AE, DE, ſi deſcrivano due altri archi circolari, che s' interſechino in e.

4. Si congiungano le rette bc, cd, de, ea.

Rappreſenterà abcde la pianta ABCDE.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

1. Si miſurino gli angoli BAC, CAD, DAE, e tutti gli altri della figura ABCDE, eccetto l'angolo in E; e i numeri, che l' eſprimono, ſi notino nello schizzo tra i lati di quelli, che li rappreſentano.

2. Si determini A B coll' effettiva miſura; e 'l numero, che l' esprime, ſi noti a lato di quella, che la rappreſenta nello schizzo.

3. Col calcolo trigonometrico ſi deter-

minimo nello ſchizzo prima le rette, che rappreſentano AC, BC, poſcia quelle, che rappreſentano AD, DC, e finalmente quelle, che rappreſentano AE, DE; e a lato di eſſe rette ſi notino nello schizzo i numeri eſprimenti le grandezze di eſſe.

4. Si proceda circa il reſtante del modo già inſegnato.

Rappreſenterà abcde la pianta ABCDE,

Facendo uſo della plancetta.

1. Si metta la plancetta con un ſuo punto a a piombo ſul punto A, e in ſito orizzontale.

2. Si facciano ſulla plancetta gli angoli bac, cad, dae riſpettivamente uguali a BAC, CAD, DAE; e, determinate le orizzontali AB, AC, AD, AE coll' effettiva miſura, ſi prendano con un compaſſo ab, ac, ad, ae di tante parti d' una ſcala, di quante canne ſi ſono trovate AB, AC, AD, AE.

3. Finalmente ſi congiungano le rette bc, cd, de.

Rappreſenterà abcde la pianta ABCDE.

AVVERTIMENTO I.

150. Se qualche linea del perimetro della pianta è curva, come DKE; allóra ſi deve prima ſulla carta rappreſentare la pianta

ta rettilinea colla figura abcde , e poſcia ſi deve a tale figura aggiugnere la porzione rappreſentante lo ſpazio miſtilineo DEK ; il che ſi fa a queſto modo . 1. Da più punti del terreno , corriſpondenti a piombo a' punti F, G, H, ec. dell' orizzontale DE, ſi di rigano delle viſuali tali , che le corriſpondenti orizzontali FI, GK, HL , ec. nella pianta ſieno perpendicolari ad ED. 2. Si determinino coll' effettiva miſura ſul terreno sì le diſtanze orizzontali corriſpondenti , ed uguali a DF, FG, GH, HE , che le altre corriſpondenti , ed uguali a FI , GK, HL. 3. Si prendano di de le porzioni df, fg, gh, he, ec. di tante parti della ſcala adoperata, di quante canne ſi ſono riſpettivamente trovate DF, FG, GH, HE; e , innalzate da f, g, h ſu de le perpendicolari fi, gk, hl, ſi prendano pure fi, gk, hl di tante parti della medeſima ſcala, di quante canne ſi ſono trovate FI, GK, HL. 4. Finalmente per gli punti d, i, k, l , e ſi tiri a mano la curva dikle , che ſia fatta a occhio ſimile a DIKLE. Rappreſenterà abcdke la pianta ABCDKE ; e tale rappreſentanza ſarà più , o meno approſſimante alla vera , quanto più ſarà il numero delle perpendicolari a DE miſurate , e quanto più s' eviterà di non laſciarne di quelle , che corriſponderanno ai punti della curva , in cui s' oſſerveranno ſenſibili le rifleſſioni . L' iſteſſo ſi farà , ſe la curva DKE caderà dall' altra parte della retta DE.

AVVERTIMENTO II.

151. Si può rappreſentare ſulla carta la pianta ABCDE, facendo uſo della ſola miſura, ſenza biſogno di determinare le orizzontali AC, AD, a queſto modo. 1. Preſo qualunque punto P in AB, o nell' iſteſſa AB prolungata, e preſo in EC qualunque punto Q, ſi miſurino AB, BP, BQ, PQ. 2. Sulla carta ſi tiri una retta indefinita, e da eſſa ſi taglino ab, bp di tante parti d' una ſcala, di quanti palmi ſi ſono trovate AB, BP. 3. Co' centri b, e p, e cogl' intervalli di tante parti dell' iſteſſa ſcala, di quanti palmi ſi ſono trovate BQ, PQ, ſi deſcrivano due archi circolari, che s' interſechino in q, e ſi congiunga bq. 4. Si prolunghi bq, e da eſſa ſi tali bc di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trova eſſere BC. 5. L' iſteſſo ſi vada facendo relativamente agli altri lati. S' avrà in tal modo la figura abcde, che rappreſenterà la pianta ABCDE.

PROBL. XIV.

Fig. 64. 65. 152. *Levare la pianta d' un terreno, racchiuſa dalle orizzontali AB, BC, CD, DE, EA, qualora da un punto eſiſtente dentro, o fuori di tale terreno, e corriſpondente a piombo al punto O ſono viſibili, e acceſſibili tutt' i ſuoi angoli, e rapprentarla ſulla carta.*

SO-

SOLUZIONE.

S' intendano tirate le orizzontali OA , OB, OC , OD , OE .

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna .

1. Si miſurino gli angoli AOB , BOC , COD , DOE , EOA , e le orizzontali OA , OB , OC , OD , OE ; e , fattone lo ſchizzo , ſi notino i numeri eſprimenti gli angoli , e le rette miſurate tra i lati degli angoli , e a lato delle rette, che nello schizzo le rappreſentano .

2. Ne' triangoli dello schizzo , che rappreſentano AOB , BOC , COD , DOE , EOA, col calcolo trigonometrico ſi determinino le rette rappreſentanti AB , BC , CD , DE, EA , e i numeri , ch' eſprimono tali rette , ſi notino a lato di eſſe .

3. Si prenda ſulla carta oa di tante parti d' una ſcala , di quante canne ſi trova nello schizzo notata la retta , che rappreſenta OA ; e co' centri o , ed a , e cogl' intervalli di tante parti dell' iſteſſa ſcala , di quante canne ſi trovano nello schizzo notate le rette , che rappreſentano OB , AB , ſi descrivano due archi circolari , che s' interſechino in b . Similmente ſi determinino il punto c

re-

relativamente ai punti o, e b, il punto d relativamente ai punti o, e c, e 'l punto e relativamente ai punti o, e d.

4. Si congiungano finalmente i punti a, b, c, d, e colle rette ab, bc, cd, de, ea.

Sarà abcde la figura, che rappresenta la pianta ABCDE.

Facendo uso della plancetta.

1. Si metta la plancetta con un suo punto conveniente o a piombo sul punto O, e in sito orizzontale; e su di essa si notino gli angoli aob, boc, cod, doe, eoa rispettivamente uguali ad AOB, BOC, COD, DOE, EOA.

2. Si misurino le orizzontali OA, OB, OC, OD, OE; e, prese oa, ob, oc, od, oe di tante parti d'una scala, di quante canne si sono trovate OA, OB, OC, OD, OE, si congiungano le rette ab, bc, cd, de, ea.

Sarà abcde la figura, che rappresenta la pianta ABCDE.

PROBL. XV.

Fig. 66 153. *Levare la pianta d'un terreno, racchiusa dalle orizzontali AB, BC, CD, DE, EA, qualora da due punti visibili, e accessibili tra essi, e corrispondenti a piombo ai pun-*

punti O, e P ſono viſibili tutti gli angoli dell' iſteſſo terreno, e rappreſentarla ſulla carta.

SOLUZIONE.

S' intendano tirate tutte le orizzontali OP, OA, OB, OC, OD, OE, PA, PB, PC, PD, PE.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

1. Si miſurino tutti gli angoli AOB, BOP, FOC, COD, DOE, OPA, APB, CPD, DPE, EPO, e ſi miſuri l' orrizzontale OP.

2. Fatto lo ſchizzo, ſi notino in eſſo i numeri eſprimenti gli angoli, che rappreſentano i miſurati, e 'l numero eſprimente la retta, che rappreſenta OP; e col calrolo trigonometrico, determinare tutte le rette OA PA, OB, PB, OC, PC, OD, PD, OE, PE, ſi notino pure i numeri eſprimenti tali rette a lato di quelle, che le rappreſentano nello schizzo.

3. Sulla carta ſi prenda op di tante parti d' una ſcala, di quante canne ſi trova nello schizzo notata la retta, che rappreſenta OP; e co' centri o, e p, e cogl' intervalli di tante parti dell' iſteſſa ſcala, di quante canne ſi trovano nello schizzo notate le rette,

te, che rappreſentano QA, PA, ſi deſcrivano due archi circolari, che s'interſechino in a.

4. Similmente ſi determinino i punti b, c, d, e, e s'uniſcano le rette ab, bc, cd, de, ea.

S'avrà in tal modo la figura abcde, che rappreſenterà la pianta ABCDE.

Facendo uſo della plancetta.

1. Si metta la plancetta con un ſuo punto conveniente o a piombo ſul punto O, e in ſito orizzontale, e ſu di eſſa ſi notino gli angoli poa, pob, poc, pod, poe riſpettivamente uguali a POA, POB, POC, POD, POE.

2. Miſurata OP, e tagliata op di tante parti d'una ſcala, di quante canne ſi trova eſſere OP; ſi trasporti la plancetta, e ſi metta col ſuo punto p a piombo ſul punto P, col ſuo piano in ſito orizzontale, e colla retta po in corriſpondenza di PO.

3. Si ſegnino ſulla iſteſſa plancetta gli angoli opa, opb, opc, opd, ope rispettivamente uguali a OPA, OPB, OPC, OPD, OPE; e, prolungate, finchè s'uniſcano le rette oa, pa in a, le rette ob, pb in b, le rette oc, pc in c, le rette od, pd in d, e le rette oe, pe in e, ſi congiungano le altre rette ab, bc, cd, de, ea.

S'av-

S'avrà in tal modo la figura abcde, che rappreſenterà il piano ABCDE.

AVVERTIMENTO I.

154. Si noti che l'operazione rieſce ſempre l'iſteſſa, o che i punti O, e P ſieno ambidue dentro della figura ABCDE, o che ſieno ambidue fuori, o che ſieno uno dentro, e l'altro fuori.

AVVERTIMENTO II.

155. Si noti altresì che, facendo uſo della plancetta, come ſi vanno ſucceſſivamente tirando ſu di eſſa nella prima ſituazione le rette oa, ob, oc, od, oe, con andare ſucceſſivamente traguardando agli angoli A, B, C, D, E; così ſi debbono agli eſtremi di tali rette andare ſucceſſivamente notando i numeri 1, 2, 3, 4, 5; acciò andando nella ſeconda ſituazione della plancetta tirando le rette pa, pb, pc, pd, pe con traguardare ſucceſſivamente coll'iſteſſo ordine di prima agli angoli A, B, C, D, E, ſi poſſano notare l'interſezioni di pa con oa, di pb con ob, di pc con oc, di pd con od, di pe con oe; altrimenti ſi può errare nel prendere tali interſezioni, per la moltitudine delle rette, che s'interſecano qua, e la ſulla plancetta.

AVVERTIMENTO III.

156. Si noti pure che, se in A, o in B, ec. vi fosse un edifizio, un castello, una torre, ec.; all' istesso punto, che si guarda nella prima situazione col mezzo cerchio, o colla plancetta, si deve anche guardare nella situazione seconda, acciò non si commetta errore nel rappresentare la pianta.

AVVERTIMENTO IV.

157. Si noti finalmente che se, rappresentata già la pianta A B C D E colla figura abcde, si può con facilità sapere la distanza non effettiva, ma orizzontale de' punti del terreno, corrispondenti a piombo a' punti A e B, o A e O, ec.; poichè è essa di tante canne, di quante parti della scala adoperata si trova essere ab, o ao, ec..

PROBL. XVI.

Fig. 67. 158. *Levare la pianta d' un terreno, racchiusa dalle orizzontali AB, BC, CD, DE, EA, qualora è accessibile pel solo perimetro, e da ciascun angolo non sono visibili, se non i due contigui, e rappresentarla sulla carta.*

SOLUZIONE.

Facendo uso del mezzo cerchio da campagna.

1. Si misurino successivamente e gli angoli EAB, ABC, BCD, CDE, e i lati AB, BC, CD; e si notino tali misure nello schizzo.

2. Si tiri sulla carta ab, e si prenda essa di tante parti d'una scala, di quante canne si trova nello schizzo notata la retta, che rappresenta AB; e ne' punti a, e b si facciano col mezzo cerchio da tavolino gli angoli bae, abc di tanti gradi, di quanti gradi si trovano notati nello schizzo quelli, che rappresentano BAE, ABC.

3. Si tagli bc di tante parti dell' istessa scala, di quante canne si trova nello schizzo notata la retta, che rappresenta BC; e in c col mezzo cerchio da tavolino si faccia l' angolo bcd di tanti gradi, di quanti gradi si trova notato nello schizzo quello, che rappresenta BCD.

4. Similmente si determinino cd, e l' angolo cde:

S'avrà in tal modo la figura abcde, che rappresenterà la pianta ABCDE.

Facendo uso della plancetta.

1. Si metta la plancetta con un suo punto conveniente a a piombo ſul punto A, e in ſito orizzontale; e su di eſſa ſi faccia in a l' angolo eab = EAB; e più, miſurata AB, ſi tagli ab di tante parti d' una ſcala, di quante canne ſi trova eſſere AB.

2. Si trasferisca la plancetta, e ſi metta col punto b a piombo ſul punto B, in ſito orizzontale, e colla ba corrispondente alla BA; e, fatto in b l'angolo abc = ABC, e, miſurata BC, ſi tagli bc di tante parti dell' iſteſſa ſcala, di quante canne ſi trova eſſere BC.

3. L' iſteſſo ſi faccia, trasferendo la plancetta, e mettendola prima col ſuo punto c a piombo ſul punto C, e poſcia, determinata cd, col punto d a piombo ſul punto D.

S' avrà in tal modo la figura abcde, che rappreſenterà la pianta ABCDE.

AVVERTIMENTO I.

Fig. 68. 159. Se pel perimetro ABCDE non ſi può comodamente girare a cagione di ſiepi, foſſe, o altro; allora ſi girerà colla plancetta per le vicinanze del perimetro a quetto modo. 1. Scelti i punti O, P, Q, R a

co-

comode distanze da A, B, C, D; e, supposte tirate le orizzontali OE, OA, OP, PB, PQ, QC, QR, RD, RE, si metta la plancetta con un suo punto o a piombo sul punto O, e in sito orizzontale; e, fatti in o gli angoli eoa, aop rispettivamente uguali a EOA, AOP, e misurate OA, OP, si taglino oa, op di tante parti d' una scala, di quanti palmi si trovano essere OA, OP. 2. Si trasferisca la plancetta, e si metta col suo punto p a piombo sul punto P, col suo piano in sito orizzontale, e con po in corrispondenza di PO; e, fatti in p gli angoli opb, bpq uguali rispettivamente a OPB, BPQ, e misurate PB, PQ, si taglino pb, pq di tante parti dell' istessa scala, di quanti palmi si trovano essere PB, PQ. 3. Si trasferisca la plancetta, e si metta col punto q a piombo su Q, col piano in sito orizzontale, e con pq in corrispondenza di PQ; e, fatti in q gli angoli pqc, cqr rispettivamente uguali a PQC, CQR, e misurate QC, QR, si taglino qc, qr di tante parti della medesima scala, di quanti palmi si trovano essere QC, QR. 4. Si trasferisca la plancetta, e si metta col punto r a piombo su R, col piano in sito orizzontale, e con rq in corrispondenza di RQ; e, fatti gli angoli qrd, dre rispettivamente uguali a QRD, DRE, e, misurata RD, si tagli rd di tante parti della scala, di quanti palmi si trova essere RD. 5. Avuti i punti a, b, c, d,

e ſulla plancetta, s' uniſcano colle rette ab; bc, cd, de, ea; ſarà abcde la figura, che rappreſenterà la pianta ABCDE.

AVVERTIMENTO II.

160. Si noti che dell' iſteſſo modo ſi può avere la figura rappreſentante la pianta ABCDE, girando colla plancetta al di dentro di ABCDE. E ſi noti altresì che in sì fatto modo ſi può prendere colla plancetta l' andamento d' una ſtrada, d' un fiume, d' un lido di mare, ec.

AVVERTIMENTO III.

161. Si noti finalmente che ſe ABCDE è il piano d' una piazza nimica, alla quale non è permeſſo poterſi avvicinare: allora, miſurate le ſole diſtanze OP, PQ, QR, ſi poſſono ſulla plancetta determinare i punti a, b, c, d, e con interſecazioni di linee, traguardando nella prima ſituazione ai tre angoli E, A, B, nella ſeconda ai tre A, B, C, nella terza ai tre B, C, D, e nella quarta ai tre C, D, E.

PROBL. XVII.

162. *Levare la pianta d' un terreno, che comprende qualunque numero di punti, a' quali a piombo corriſpondono alcrettanti oggetti ne-*

notabili, e rappresentarla con sì fatti punti, e colla situazione, che hanno tra essi.

SOLUZIONE.

Sieno i punti da rappresentare tutti quelli, che si veggono nella figura, notati colle lettere A, B, C, D, ec.; e s' intendano tirate tutte le orizzontali, che nell' istessa figura appariscono. *Fig. 69.*

Facendo uso del mezzo cerchio da campagna.

1. Si scelgano sul terreno due punti di due oggetti, e sieno quelli, che a piombo corrispondono ad L, e M, dai quali sieno visibili più altri oggetti. Misurata la distanza orizzontale LM con esattezza, si misurino e tutti gli angoli ALB, BLM, MLD, DLE, ELO, OLF, FLA, e tutti gli angoli LMA, AMB, BMC, CMD, DME, EML.

2. Nei triangoli LAM, LBM, LDM, LEM, noti tutti gli angoli, e noto il lato comune LM, si determinino col calcolo trigonometrico tutte le orizzontali LA, AM, LB, BM, LD, DM, LE, EM. Similmente nel triangolo ELD, noti i lati EL, LD, e l'angolo ELD, si determini ED; nel triangolo DMB, noti i lati DM, MB,

e l'angolo DMB, si determinino il lato DB, e l'angolo MDB ; e nel triangolo DMC, noti gli angoli CMD, CDM, e 'l lato DM, si determinino MC, DC. Sarà nota anche BC.

3. Si trasferisca il mezzo cerchio successivamente ne' punti, che a piombo corrispondono ad N, e O, e si misurino e tutti gli angoli BNC, CND, DNE, ENO, e tutti gli angoli NOD, DOE, EOL, LOA, AOF, FOG, GOP.

4. S'intenda intorno al triangolo DNB circoscritto il cerchio DNB ; e prolungata NC in H, s'intendano congiunte le rette DH, HB. Essendo l'angolo HDB = BNH, e HBD = DNH (168 *del tom.* 2), avrà il triangolo DHB noti tutti gli angoli. E' anche noto il lato DB. Dunque colla trigonometria si determinino DH, HB. Nel triangolo DHC, noti i lati HD, DC, e l'angolo HDC, si determinino HC, e l'angolo DHC. Nel triangolo HDN, noti gli angoli DHN, DNH, e 'l lato DH, si determinino ND, NH, e conseguentemente NC. Finalmente nel triangolo HBN, noti gli angoli BHN, BNH, e 'l lato BH, si determini NB.

5. Nel triangolo END, noti i lati ED, DN, e l'angolo END, si determini EN. Nel triangolo ODN, noti gli angoli DON, DNO, e 'l lato DN, si determinino OD, ON. Nel triangolo OEN, noti gli angoli

EON,

EON, ENO, ed EN, si determini EO, O pure, nota la retta ED, e noti gli angoli EOD, DON, ONE, END, si determini ON (§ 89); e ne' triangoli ODN, OEN, noti tutti gli angoli, e 'l lato comune ON, si determinino OE, EN, OD.

6. Nel triangolo LEO, noti tutti gli angoli, e 'l lato LE, si determini LO. Nel triangolo ALO, noti i lati AL, LO, e l'angolo AOL, si determini OA. Nel triangolo LFO, noti tutti gli angoli, e 'l lato LO, si determinino LF, OF. Nel triangolo ALF, noti i lati AL, LF, e l'angolo ALF, si determini AF.

7. Si trasferisca di nuovo il mezzo cerchio successivamente ne' punti, che a piombo corrispondono a P, e Q, e si misurino e gli angoli OPF, FPG, e gli angoli AQG, AQF.

8. Nel triangolo OFP, noti tutti gli angoli, e 'l lato OF, si determinino OP, FP. Nel triangolo OPG, noti tutti gli angoli, e 'l lato OP, si determinino OG, PG. Nel triangolo FPG, noti i lati FP, PG, e l'angolo FPG, si determini FG. Nel triangolo AOG, noti i lati AO, OG, e l'angolo AOG, si determini AG.

9. Intorno al triangolo GQF s' intenda descritto il cerchio GQFI. S' intenda di più prolungata AQ in I, e s' intendano congiunte le rette GI, FI. Essendo noti gli angoli AQG, AQF, noti saranno ancora

GQI, IQF, e conſeguentemente noti pure GFI, IGF. Nel triangolo GIF dunque noti tutti gli angoli, e 'l lato GF, ſi determinino GI, IF. Nel triangolo AGF, noti tutt' i lati, ſi determinino tutti gli angoli. Saranno conſeguentemente noti gli angoli AGI, AFI. Ne' triangoli AGI, AFI, noti nel primo AG, GI, e nel ſecondo AF, FI, e noti gli angoli AGI, AFI, ſi determinino gli angoli GAI, FAI. Ne' triangoli finalmente AQG, AQF, noti tutti gli angoli, e noti AG, AF, ſi determinino QG, QA QF.

Fig. 69. 70. 10. Fatte tutte le riferite determinazioni, ſi tiri ſulla carta lm, e ſi prenda eſſa di tante parti d' una ſcala, di quante canne s' è trovata eſſere LM.

11. Co' centri m, e l, e cogl' intervalli di tante parti dell' iſteſſa ſcala, di quante canne ſono ſtate determinate LA, MA, ſi deſcrivano due archi circolari, che s' interſechino in a. Rappreſenterà a il punto A della pianta. Similmente, e ſucceſſivamente ſi determinino 1.° il punto b colla conoſcenza delle rette LB, BM, 2.° il punto d colla conoſcenza delle rette LD, MD, 3.° il punto e colla conoſcenza delle rette LE, ME, 4.° il punto c colla conoſcenza di MC, DC, o di MC, BC, 5.° il punto n colla conoſcenza di DN, CN, o di DN, BN, o di CN, BN, 6.° il punto o colla conoſcenza di NO, DO, o di NO, EO,

o di

o di DO, EO, o di DO, LO, o di EO, LO, o di LO, AO, 7.° il punto f colla conoſcenza di LF, OF, o di LF, AF, o di OF, AF, 8.° il punto p colla conoſcenza di OP, FP. 9.° il punto g colla conoſcenza di FG, PG, o di OG, PG, o di FG, OG, 10.° finalmente il punto q colla conoſcenza di GQ, FQ, o di GQ, AQ, o di AQ, FQ.

S'avrà in tal modo rappreſentata la pianta con tutt' i punti notabili, poſti nella ſituazione, che hanno tra eſſi.

Facendo uſo della plancetta.

1. Si tiri ſulla plancetta XY in ſito conveniente la lm di tante parti d'una ſcala di quante canne ſi trova colla miſura effettiva LM; e, poſta la plancetta col punto l a piombo su L, col ſuo piano in ſito orizzontale, e con lm in corriſpondenza di LM, ſi tirino ſu di eſſa le rette la, lb, ld, le, lo, lf, traguardando colla diottra ſucceſſivamente ai punti, che corriſpondono a piombo ad A, B, D, E, O, F. *Fig. 69. 71.*

2. Si metta la plancetta col punto m a piombo su M, col ſuo piano in ſito orizzontale, e con ml in corriſpondenza di ML; e ſu di eſſa ſi tirino le rette ma, mb, mc, md, me, traguardando colla diottra ſucceſſivamente ai punti, che corriſpondono a

piombo ai punti A, B, C, D, E. S' avranno colla interſecazione di la, ma il punto a, colla interſecazione di lb, mb il punto b, coll' interſecazione di ld, md il punto d, coll' interſecazione di bd, mc, il punto c, e coll' interſecazione di le, me il punto e.

3. Si metta la plancetta col punto e a piombo su E, col ſuo piano in ſito orizzontale, e con ed in corriſpondenza di ED, e su di eſſa ſi tirino le rette en, eo, ep, traguardando colla diottra ai punti, che a piombo corriſpondono ad N, O, P. S' avrà coll' interſecazione di lo, eo il punto o.

4. Si metta la plancetta col punto o a piombo su O, col ſuo piano in ſito orizzontale, e con oe in corriſpondenza di OE; e ſu di eſſa ſi tirino on, of, og, op, traguardando ai punti, che a piombo corriſpondono ad N, F, G, P. S' avranno il punto n coll' interſecazione di en, on, il punto p coll' interſecazione di ep, op, e 'l punto f coll' interſecazione di lf, of.

5. Si metta la plancetta col punto p a piombo su P, col ſuo piano in ſito orizzontale, e con po in corriſpondenza di PO; e su di eſſa ſi tirino pg, pq, traguardando ai punti, che a piombo corriſpondono a G, e Q. S'avrà il punto g coll' interſecazione di og, pg.

6. Finalmente ſi metta la plancetta col punto g a piombo su G, col ſuo piano in ſito orizzontale, e con gp in corriſpondenza

di

di GP; e su di essa si tiri gq, traguardando al punto, che a piombo corrisponde a Q. S'avrà coll'intersecazione di pq, gq il punto Q.

S'avrà in quest'altro modo rappresentata pure la pianta con tutt'i punti notabili, posti nella situazione, che hanno tra essi.

AVVERTIMENTO I.

163. Se ai punti A, B, C, ec. corrispondono sul terreno punti di edifizj, di villaggi, di città, ec., notando sulla carta in tali punti segni rappresentanti gli oggetti corrispondenti, e rappresentando di più monti, ove sono monti, bosco, ove è bosco, stagno, ove v'è stagno, lago, ove v'è lago, ec., si viene ad avere in tal modo una carta topografica del terreno, di cui si rappresenta la pianta.

AVVERTIMENTO II.

164. Se vi sono nel terreno, di cui si rappresenta la pianta, strade, rivi, fiumi, ec.; col rappresentare sulla carta più punti di essi, e massimamente i punti delle inflessioni di essi, si vengono a rappresentare sulla medesima carta ne' luoghi convenienti le strade, i rivi, i fiumi, ec..

AVVERTIMENTO III.

165. Si noti che, trattandoſi di rappreſentare la pianta di qualche grande eſtenſione di terreno, con notarvi tutte le particolari circoſtanze, come ſono le città, i villaggi, i fiumi, i laghi, i monti, le ſtrade, ec., che vi ſono, non rieſce molte volte rappreſentarla in un ſolo foglio di carta, ma ve ne biſognano più; rappreſentandovi in un foglio quella porzione, che ſi può, e negli altri ſucceſſivamente le porzioni rimanenti, che ſucceſſivamente ſi poſſono in eſſi comprendere. Però ſe ABCDE, EFGA, AHIB, BKLC, MCDN, ODEP rappreſentano in fogli diverſi le varie porzioni dell' iſteſſa pianta di un terreno di grande eſtenſione; perchè rappreſentano porzioni diverſe della ſuperficie regolare della Terra, nel combinarle inſieme, e di porle in un piano continuato, debbono rimanere diviſe del modo, che appariſcono nella figura. Il che è neceſſario avvertire, per non credere, a cagione di tali diviſioni, che s' oſſervano nelle diverſe carte, errate le operazioni già fatte. Del reſto gli ſpazj, che tramezzano tra le diverſe carte, ſi debbono conſiderare, come non appartenenti alla carta topografica, la quale non rappreſenta una pianta intera, ma la ſomma di più piante, o piani alquanto tra eſſi inclinati.

Fig. 72.

AV-

AVVERTIMENTO IV.

166. Si noti di più che, nel levare la pianta di qualche vaſta eſtenſione colla plancetta, accade qualche volta trovare tolto il ſegnale del punto del terreno, a cui ſi deve far corriſpondere un punto notato ſulla plancetta, e da cui ſi deve procedere nel continuare l' operazione. In tal caſo, poſto che ſia o il punto della plancetta MN, che deve corriſpondere a piombo al punto ſmarrito del terreno, ſi deve procedere a queſto modo per ritrovarlo. I. De' punti notati ſulla plancetta MN relativamente al punto o ſe ne prendano tre a, b, c, rappreſentanti tre punti del terreno A, B, C. II. Preſo ſul terreno ad arbitrio il punto L, e ſituata un' altra plancetta P Q con un ſuo punto conveniente l a piombo ſul punto L, e col ſuo piano in ſito orizzontale, ſi rappreſentino su PQ con a, b, c i medeſimi punti A, B, C del terreno, facendo uſo però dell' iſteſſa ſcala adoperata per rappreſentarli ſulla plancetta MN. III. Tirate ſu PQ le rette ab, bc, ſi deſcrivano ſu tali rette le porzioni circolari a o b, boc, che comprendano angoli uguali agli angoli aob, boc, che ſi trovano ſulla plancetta MN; e, interſecandoſi gli archi circolari in o, ſi congiunga lo. IV. Senza mutare il ſito della plancetta PQ, ſi faccia miſurare Fig. 78.

ſul

ſul terreno dal punto L, e nella direzione del punto verticale, che paſſa per lo una diſtanza orizzontale di tante canne, di quante parti della ſcala adoperata ſi trova eſſere lo. Or ſe una sì fatta miſura termina nel punto O del terreno, ſarà O il punto cercato, come facilmente ſi comprende.

AVVERTIMENTO V.

167. Si noti anche che, nel rappreſentare la pianta di qualunque luogo, è neceſſario notare qual parte di eſſa è rivolta a oriente, quale a occidente, quale a mezzo giorno, e quale a tramontana. Or perchè l'ago calamitato della buſſola ſi dirige colla ſua punta a un di preſſo a tramontana, e colla ſua coda a mezzo giorno; perciò nel fare una delle operazioni col mezzo cerchio, o colla plancetta, per poter rappreſentare qualche pianta, ſi deve coll'ajuto della buſſola, corretta della ſua variazione, notare e la direzione, che ha in tale punto la linea, che procede da tramontana a mezzo giorno, e la direzione della ſua perpendicolare, che procede da ponente a levante; poichè, tirate tali linee ſulla carta pel punto conveniente di eſſa, e nella poſizione già conoſciuta, per mezzo di eſſe ſi diſtingue ſubito nella figura, che rappreſenta la pianta, quale parte di tale pianta è ad oriente, quale ad occidente, quale a tramontana, e quale a mezzo giorno.

AV-

AVVERTIMENTO VI.

168. Si noti che con una buſſola è facile a conoſcere il valore d' un angolo fatto da due orizzontali . In fatti ſia ABC un sì fatto angolo . Si metta la buſſola col ſuo centro a piombo ſul punto B , e in ſito orizzontale; e s' eſplorino gli angoli fatti da un ſuo diametro, poſto in corriſpondenza ora di BC, e ora di BA , con quelli , a' quali ſi trova l' ago corriſpondere nelle due ſituazioni della buſſola . La ſomma , o la differenza di tali angoli ſecondochè per riſpetto del diametro , che ſi fa corriſpondere ora a BC, e ora a BA , ſi trova l' ago in una ſituazione a ſiniſtra , e nell' altra a deſtra, o ſi trova ſempre da una banda, dà l' angolo ABC . Ovvero s' adatti il lato LM della buſſola prima con BC, e poſcia con BA , e s' esplori in ambe le ſituazioni l' angolo SOP , fatto dal raggio SO, ch' è parallelo a LM , col raggio , ch' è in corriſpondenza dell' ago PQ . La differenza, che paſſa tra la ſomma di tali due angoli , e due retti , dà l' angolo ABC . Poichè , prolungati i raggi , che ſi trovano nelle due dette ſituazioni della buſſola in corriſpondenza dell' ago PQ , e conſeguentemente paralleli , finchè incontrino i lati BC , BA , uno in D , ed E , e l' altro in G , e F ; ſarà il primo SOP = BDE , e l' altro SOP = GFE = DEB . Dunque l' angolo ABC è uguale *Fig. 74.*

all'

all' eccesso di due retti sulla somma dei due BDE, BED, o sia sulla somma dei due SOP, SOP.

AVVERTIMENTO VII.

169. Non mi prendo la briga qui d' insegnare il come coll' ajuto d' una bussola si possono sulle carte rappresentare le piante de' luoghi; sì perchè facilmente s' intende da chi ha compreso il come si possono tali operazioni eseguire coll' ajuto del mezzo cerchio da campagna; come anche perchè, determinandosi gli angoli fatti dalle orizzontali colla bussola assai all' in grosso, non essendovi segnati su di essa, se non i soli gradi, le rappresentanze delle piante colla bussola riescono assai inesatte. Quindi le rappresentanze delle piante delle spiagge, de' seni di mare, de' porti, ec., fatte dai Piloti colla bussola, non sono, se non rappresentanze fatte all' in grosso, e massimamente quando sono fatte, senza misurare in terra una orizzontale da ricavarne le lunghezze delle altre; ma misurando con un tratto di viaggio in mare un' orizzontale coll' ajuto del *Lock*. Del resto, se nel rappresentare la pianta di qualche terreno occorre di dover notare in essa l' andamento d' un fiume, d' una strada, d' una spiaggia di mare, ec., possiamo tali andamenti determinarli colla bussola, per non intertenerci molto in determinazioni di cose, ove non si richiede scrupolosa esattezza.

PRO-

PROBL. XVII.

170. *Levare la pianta d' una casa, e rappresentarla sulla carta.*

SOLUZIONE.

Sia ABCDEFG la pianta d' una casa, che si deve levare, e rappresentare sulla carta.

1. Si diriga fuori della casa una orizzontale da I a V nel sito, che si stima conveniente, e che si chiama la *Direttrice*.

2. Fattane della pianta lo schizzo, dai vertici degli angoli A, B, D, E, F si dirigano con fili le rette AI, BII, DIII, EIV, FV, che coll'ajuto d' uno squadro grande si facciano perpendicolari alla direatrice.

3. Si determinino coll' effettiva misura sì le dette perpendicolari, che le distanze da I a II, da II a III, da III a IV, da IV a V, si notino nello schizzo le grandezze delle rette misurate a lato di quelle, che rappresentano.

4. Similmente ad IA prolungata si diriga la perpendicolare GVI; e, determinate AVI, GVI coll' effettiva misura, si notino anche nello schizzo le grandezze di esse.

5. Si scelga nella camera HIKL il punto R tale, che, diretta per la porta T la

per-

perpendicolare RX ad IV, si possa per la porta V dirigere nell'altra stanza MNOPQ a qualunque suo punto S la retta RS; e, tirati i fili RH, IL, e determinate coll'effettiva misura tutte le rette IX, XT, TR, TI, TH, RH, HL, LK. KI, IL, si notino nello schizzo le grandezze di esse.

6. Similmente si determinino coll'effettiva misura IW, RV, VS, VM, MN, NO, OP, PQ, e tutte le rette SM, SN, SO, SP, tirate co' fili da S ai vertici degli angoli in M, in N, in O, e in P, e nello schizzo si notino pure le grandezze di esse:

7. Si determinino anche in ogni camera le lunghezze delle mura fino alle porte, e finestre, come IY, ZH, ec., e si notino anche le grandezze di esse nello schizzo.

Levata in tal modo la pianta, e notata ogni cosa nello schizzo, che per brevità suppongono essere l'istessa figura 75, si rappresenti tale pianta sulla carta del modo, che segue.

Fig. 75. 76. 8. Si tiri su d'un foglio di carta, ove si stima conveniente una retta occulta, cioè una retta segnata solamente con una punta di compasso; e in essa si prendono le porzioni da 1 a 2, da 2 a 3, da 3 a 4, da 4 a 5 di tante parti della scala, che si vuole adoperare, di quanti palmi si trovano nello schizzo notate le porzioni da I a II, da II a III, da III a IV, da IV a V.

9. Dai punti 1, 2, 3, 4, 5 s' in-

nal-

ſalzino ſulla detta retta occulta le perpendicolari occulte 1a, 2b, 3c, 4e, 5f, e ſi prendano di tante parti dell'iſteſſa ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello ſchizzo notate IA, IIB, IIIC, IVE, VF; di più, preſe in 1a prolungata a*6* di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trova nello ſchizzo AVI, s'innalſi dal punto *6* la perpendicolare *6*g; e ſi taglino *6*g, e cd di tante parti della medeſima ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello ſchizzo notate VIG, e CD.

10. Determinati in tal modo i punti a, b, c, d, e, f, g, ſi congiungano con rette viſibili ab, bc, cd, de, ef, fg, ga; ſarà in tal modo rappreſentato il perimetro eſterno della pianta.

11. Nella prima retta occulta ſi prenda la diſtanza da 2 ad x di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trova nello ſchizzo notata la diſtanza da II a X; innalzata da x sull'iſteſſa retta occulta la perpendicolare xr, da eſſa ſi taglino xt, tr di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello ſchizzo notate XT, TR.

12. Co' centri t ed r, e cogl' intervalli di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello ſchizzo TH, RH ſi deſcrivano due archi circolari, che s'interſechino in h; e, congiunta ht, ſi prolunghi in i, finchè ſia hi di tante parti della ſcala, di quanti palm. ſi trova nello ſchizzo HI.

13. Similmente co' centri h, e i, e cogl' intervalli di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello schizzo HL, IL ſi deſcrivano due archi circolari, che s' interſechino in l, e ſi congiunga hl. Così co' centri i, ed l, e cogl' intervalli di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello schizzo IK, LK ſi deſcrivano due altri archi circolari, che s' interſechino in k e ſi congiungano le rette lk, ki. S' avrà in tal modo rappreſentato il perimetro interno della camera HIKL. E di più, prendendo iy, hz, ec. di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello schizzo notate IY, HZ, ec., s' avranno le larghezze delle porte, e fineſtre ne' ſiti corriſpondenti.

14. Preſa iw di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trova nello schizzo IW, e, tirata per r, ed w l' occulta rs, ſi taglino rv, vs di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello schizzo RV, VS.

15. Co' centri v, ed s, e cogl' intervalli di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trovano nello schizzo VM, SM ſi deſcrivano due archi circolari, che s' interſechino in m; e, congiunta mv, ſi prolunghi in q, finchè ſia mq di tante parti della ſcala, di quanti palmi ſi trova nello schizzo MQ.

16. Dell' iſteſſa maniera ſi vadano ſucceſſivamente determinando il punto n relativamente ad s, ed m, il punto o relativamen-

mente ad s, ed n, e 'l punto p relativamente ad s, ed o, e si congiungano le rette mn, no, op, pq. S' avrà in tal modo il perimetro interno dell' altra camera, in cui si noteranno le larghezze della porta, e delle finestre ne' siti convenienti del modo già detto per rispetto della camera prima; e conseguentemente s' avrà rappresentata la pianta della casa ABCDEFG.

AVVERTIMENTO I.

171. L' esempio addotto della casa di due camere è più che sufficiente per far comprendere a chicchessia il come si deve procedere in levare la pianta di qualunque casa, da qualunque numero di camere, o stanze composta, e conseguentemente di qualunque altro edifizio, e in rappresentarla sulla carta. Tralascio intanto di entrare nelle minute circostanze relativamente al levar le piante degli edifizj, come cose, che non possono arrestare chiunque ha compreso, quanto fin qui s' è insegnato.

AVVERTIMENTO II.

172. Si noti però che nel levare il piano d' un edifizio, che non è piano terreno; perchè il perimetro esterno si leva operando sul piano terreno, non si può procedere a levare il perimetro interno coll' artifi-

zio già insegnato. L'artifizio, a cui conviene ricorrere in tale caso è il seguente. I. Si lasci da una finestra, o balcone scendere sul piano terreno un peso sostenuto con un filo; e si misuri tanto la perpendicolare calata sulla direttrice dal punto del terreno, ove perviene il detto peso, quanto la porzione della direttrice, che tramezza tra si fatta perpendicolare, e qualch' altro suo punto già noto. S' avrà in tal modo per rapporto alla direttrice il sito del puto della finestra, o balcone, da cui s' è il detto peso mantenuto sospeso. II. Dall' istesso punto della finestra, o balcone si tiri con un filo un' orizzontale, che sia perpendicolare all' altra, che procede nella direzione della superficie interna del muro della camera, a cui appartiene la finestra, o balcone; e tale perpendicolare si prolunghi, finchè coll' altro suo estremo corrisponda, o giunga a qualsivoglia punto del piano dell' istessa camera. S' avrà in tal modo la retta, per cui si potrà procedere del modo già insegnato a levare il suddetto perimetro interno.

AVVERTIMENTO III.

173. Se l' edifizio ha vuoto nel mezzo; levato il perimetro esterno dell' intera pianta, si deve procedere prima a levare il perimetro della pianta del vuoto, e poscia a levare i perimetri interni delle camere.

AV-

AVVERTIMENTO IV.

174. Non foggiungo il modo di levare la pianta di qualunque edifizio colla plancetta; perchè ognuno, che ha compreſo il modo già inſegnato di levare, e rappreſentare ſulla carta la pianta di qualſifia edifizio, e l' uſo fin qui inſegnato della plancetta, da ſe facilmente l' intende. Colla plancetta nell' iſteſſo tempo che ſi leva qualche pianta, ſi rappreſenta anche ſulla carta. Quindi è che rieſce comodiſſima, e ſpedita la plancetta nel levare le piante.

AVVERTIMENTO V.

175. Si noti pure che chi ſa levare, e rappreſentare ſulla carta la pianta d' un edifizio, con più facilità può levare, e rappreſentare ſulla carta la pianta d' una città, che in altro non conſiſte, ſe non in levare, e rappreſentare ſulla carta le piante di tutte le piazze, e di tutte le ſtrade colla diſpoſizione, che hanno tra eſſe; reſtandovi tra tali piante compreſi gli ſpazj occupati dalle caſe, dalle chieſe, e dagli altri edifizj sì pubblici, che privati; e può altresì levare, e rappreſentare ſulla carta la pianta di qualunque fortificazione, di qualunque accampamento, di qualunque batteria, ec.

AVVERTIMENTO VI.

176. Si noti anche che, qualora ſulla carta ſi rappreſenta qualunque pianta, ſi ſegna ſempre ſull' iſteſſa carta la ſcala de' palmi, o delle canne, o delle miglia, ec., della quale ſi è fatto uſo; acciò ſi poſſa conoſcere, quando occorre, la grandezza di qualunque linea, e della diſtanza di due punti qualſifieno della pianta rappreſentata.

AVVERTIMENTO VII.

177. Chi ha compreſo il come ſi rappreſenta ſulla carta qualunque pianta, di cui ſe n' è fatto lo ſchizzo in levandola, comprende ancora il come ſi poſſa d' una pianta, rappreſentata su d' una carta, farne la copia su d' una altra carta. Qualora però ſi vuole copiare la figura rappreſentante una pianta, e ridurla da piccola in grande, o da grande in picciola: è neceſſario allora farne la copia con una ſcala diverſa. Se ſi vuole la figura rappreſentante una pianta ridurre al doppio, al triplo, al quadruplo, ec., o alla metà, al terzo, al quarto, ec.; ſuppoſto che ſi ſia fatto uſo in rappreſentare tale pianta ſulla carta d' una ſcala di palmi tale, che la lunghezza AB ne contraſſegni dieci, biſogna allora tra AB, e 'l ſuo doppio, triplo, quadruplo, ec., o la ſua metà

Fig. 71.

il ſuo terzo, quarto, ec. ritrovare la mezza proporzionale, e dividerla in dieci parti uguali, e relativamente a tali parti coſtruire la ſcala de' palmi da far uso nella detta copia. Imperciocchè, fattane la detta copia con tale ſcala, ſarà la figura della pianta alla ſua copia in duplicata ragione de' lati omologhi di eſſe (§ 332 *del tom.* 2), e conſeguentemente in duplicata ragione di AB alla mezza proporzionale trovata; e perciò in ragione di AB al ſuo doppio, triplo, quadruplo, ec., o alla ſua metà, al ſuo terzo, quarto, ec. (§ 267 *del tom.* 2).

AVVERTIMENTO VIII.

178. Se accade che ſi abbia una pianta rappreſentata ſulla carta, ſenza che vi ſia notata la ſcala, di cui s' è fatto uso: ſi può tale ſcala determinare, nel caſo che ſia noto di quante canne quadrate per eſempio è l' intiera pianta, ed ecco come. Si ſuppongа eſſer noto che la pianta ſia di 10000 canne quadrate. Si determini la quadratura della figura rappreſentante tale pianta relativamente a una ſcala qualunque; e, ſuppoſto che con tale determinazione ſi abbia la pianta di 7744 canne quadrate, dai numeri 7744, e 10000 s' eſtraggono le radici quadrate, che ſaranno 88, e 100. Si trovi inoltre la quarta proporzionale in ordine ad 88, a 100, e alla lunghezza della

ſcala adoprata nella detta determinazione ; darà sì fatta quarta proporzionale la lunghezza della ſcala cercata. Sicchè, dividendo tale quarta proporzionale dell' iſteſſo modo, che ſi trova diviſa la ſcala adoperata nella detta determinazione, s' avrà la ſcala, di cui s' è fatto uſo nel rappreſentare la pianta.

AVVERTIMENTO IX.

179. Si noti di vantaggio che, erigendoſi tutte le fabbriche verticalmente, e creſcendo verticalmente ogni albero, e ogni altra pianta, è facile a comprendere che una determinata fabbrica, o un numero determinato di piante, poſte alla conveniente diſtanza tra eſſe, non poſſono occupare in un terreno, per inclinato che ſia, e addoſſato a monte, ſe non lo ſpazio iſteſſo, che occuperebbe nel ſuo piano orizzontale ſottopoſto, o ſia nella ſua pianta. Quindi è che i terreni non ſi eſtimano, ſe non per quanto valore hanno i piani orizzontali ſottopoſti di eſſi, e non ſi miſurano, ſe non ſe miſurando l' eſtenſione de' medeſimi piani. Per la qual coſa volendo miſurare l' eſtenſione d' un terreno, o ſi leva la ſua pianta, e ſi rappreſenta ſulla carta, o nò. Nel primo caſo ſi avrà la miſura del terreno con mi-

misurare, secondo s'è già insegnato, la figura, che ne rappresenterà sulla carta la sua pianta; e sarà di tante canne quadrate effettive per esempio, di quante canne quadrate si troverà la detta figura, supposta la canna della lunghezza, che sarà nella scala adoprata. Nel secondo caso s'avrà la misura del terreno con misurare quelle orizzontali, dalle quali può risultarne la quadratura della sua pianta, e con ricavarne tale quadratura, secondo le regole già date, dalle dette orizzontali.

AVVERTIMENTO X.

180. Si noti finalmente che qui non facciamo menzione delle carte geografiche, e idrografiche; perchè per intenderne la costruzione v'è bisogno di lumi, che somministra l'Astronomia. Soggiugniamo solamente il come si può qualunque pianta d'un edifizio, d'una fortificazione, o di altra cosa simile segnare sul terreno, come cosa appartenente al nostro istituto. Perciò sia il

PROBL. XIX.

181. *Segnare sul terreno una pianta rappresentata sulla carta.*

SOLUZIONE.

Fig. 77. Sia da segnarsi sul terreno il fronte di fortificazione a c d e f b rappresentato sulla carta L N.

Facendo uso della sola misura, e dello squadro.

1. Dai vertici degli angoli in c, d, e, f si calino su ab le perpendicolari cg, dh, ei, fk.

2. Scelto sul terreno il sito, a cui deve corrispondere tale fronte, si lascia distendere in tale sito una cordella da A a B; e, fatta misurare la distanza orizzontale da A a B di tante canne, di quante parti della scala di canne adoperata si trova essere ab, si facciano mettere in A, e B due segnali.

3. Nella direzione de' segnali A, e B si faccia misurare la distanza orizzontale AG di tante canne, di quante parti della scala si trova essere ag; e, tirato per G un filo GC, che coll' ajuto d' uno squadro si conosca essere perpendicolare ad AG, e fatta misurare la distanza orizzontale GC di tante canne, di quante parti della scala si trova essere gc, si faccia mettere in C un altro segnale.

4.

4. Dell' istesso modo si vadano successivamente determinando gli altri punti D, F, E del terreno, e si facciano mettere pure in essi de' segnali.

5. Si facciano cavare de' solchi nel terreno da A a C, da C a D, da D ad E, da E ad F, da F a B.

S' avrà in tal modo seguita l' operazione cercata.

Facendo uso della planchetta.

1. Si metta il foglio LM su d' una planchetta ben stirato, e senza la minima piega.

2. Scelti nel terreno i siti A e B, a' quali debbono corrispondere i punti a, e b, si metta la planchetta in A in sito orizzontale, e che corrispondano il punto a a piombo sul punto A, e la ab nel piano verticale, che passa per A, e B.

3. Si diriga la diotta su ac, e si faccia misurare sul terreno la corrispondente orizzontale AC di tante canne, di quante parti della scala si trova essere ac.

4. Si trasporti la planchetta in C; e, posta in tale luogo in sito orizzontale, col punto c a piombo su C, e colla retta ac nella direzione del piano verticale, che passa per AC, si diriga la diottra su cd, e si faccia misurare sul terreno la corrispondente orizzontale CD di tante canne, di quan-

quante parti della ſcala ſi trova eſſere cd.

5. Dell' iſteſſo modo ſi vadano ſucceſſivamente determinando ſul terreno i punti E, F, B.

6. Finalmente ſi facciano nel terreno cavere de' ſolchi da A a C; da C a D; da D ad E, da E ad F, e da F a B.

S'avrà in tal modo eſeguita pure l'operazione cercata.

Facendo uſo del mezzo cerchio da campagna.

In queſto caſo debbono eſſere calcolate tutte le linee del fronte relativamente al lato ab di ſuppoſta lunghezza, e calcolati tutti gli angoli.

1. Si ſcelgano ſul terreno i punti A, e B, la cui diſtanza orizzontale ſia di tante canne, di quante è ſuppoſta ab.

2. Si metta il mezzo cerchio in A in ſito orizzontale, col ſuo centro a piombo ſul punto A, e coi traguardi fiſſi nella direzione del piano verticale, che paſſa per A e B; e ſi giri la riga mobile, finchè il diametro corriſpondente ai ſuoi traguardi faccia col diametro corriſpondente ai traguardi fiſſi un angolo di tanti gradi, e minuti, di quanti gradi, e minuti s' è trovato col calcolo bac.

3. In tale ſituazione del mezzo cerchio ſi fac-

faccia misurare sul terreno la distanza orizzontale da A a C, corrispondente alla direzione de' traguardi della riga mobile, di tante canne, di quante canne s' è calcolata ac; e si faccia mettere in C un segnale.

4. Si trasporti il mezzo cerchio in C; e, posto in sito orizzontale, col suo centro a piombo in C, e coi traguardi fissi nella direzione del piano verticale, che passa per C ed A, si giri la riga mobile, finchè il diametro corrispondente ai suoi traguardi faccia col diametro corrispondente ai traguardi fissi un angolo di tanti gradi, e minuti, di quanti gradi, e minuti s' è trovato col calcolo acd.

5. In tale situazione del mezzo cerchio si faccia misurare sul terreno la distanza orizzontale da C a D, corrispondente alla direzione de' traguardi della riga mobile, di tante canne, di quante canne s' è calcolata cd; e si faccia mettere pure in D un segnale.

6. Dell' istesso modo operando col mezzo cerchio prima in B, e poscia in F, si determinino i punti F, ed E, e si notino con due altri segnali.

7. Finalmente si facciano nel terreno cavare de' solchi da A a C, da C a D, da D ad E, da E ad F, e da F a B.

S' avrà a quest' altro modo eseguita anche l' operazione cercata.

CAP.

CAP. IV.

De' modi di determinare la solidità de' corpi.

DEFINIZIONE I.

182. Si dice *palmo cubico*, *canna cubica*, *miglio cubico*, ec. un cubo, che ha per lato una retta lunga un palmo, una canna, un miglio, ec..

DEFINIZIONE II.

183. Si dice *determinare la solidità* d' un corpo il ritrovare di quanti palmi, canne, miglia, ec. cubiche esso costa.

PROBL. XX.

184. *Determinare la solidità d'un cubo.*

SOLUZIONE.

1. Si misuri un lato del cubo,

2. Il numero delle once, o de' palmi, o delle canne, ec. di lunghezza, che contie-

tiene il lato misurato, s'innalzi a cubo.

Ciò, che nasce, dà la solidità cercata in once cubiche, in palmi cubici, in canne cubiche, ec.

La ragione di ciò è chiara pel § 110 *del tom.* 4.

ESEMPIO.

Sia il lato d'un cubo pal. 20. 7; sarà la sua solidità palmi cubici 20. 7 × 20. 7 × 20. 7 = 8869. 743.

COROLLARIO.

185. Costando ogni canna di 8 palmi, ogni palmo di 12 once, e ogni oncia di 5 minuti; costeranno una canna cubica di 512 palmi cubici, un palmo cubico di 1728 once cubiche, e un oncia cubica di 125 minuti cubici.

PROBL. XXI.

186. *Determinare la solidità d'un parallelepipedo rettangolo.*

SOLUZIONE.

1. Si misurino tre lati del parallelepipedo, che formano uno de' suoi angoli solidi.

2. Si moltiplichino insieme i tre numeri es-

eſprimenti in once, in palmi, o in canne, ec. le lunghezze de' tre lati miſurati.

Il prodotto darà la ſolidità cercata in once cubiche, o in pal. cubici, o in canne cubiche, ec..

La ragione di ciò è manifeſta pel § 119 *del tom.* 4.

AVVERTIMENTO.

187. Si noti che, coſtando una canna di lunghezza di 8 palmi, e una can. quadrata di 64 pal. quadrati, ſe ſi moltiplicheranno canne quadrate per palmi di lunghezze, il prodotto non darà nè canne cubiche, ne pal. cubici, ma parti ottave di can. cubiche. Così moltiplicando inſieme can. 7, can. 5, e pal. 3., il prodotto 105 dinota $\frac{105}{8}$ di canna cubica, ovvero can. cubiche 13, e pal. cubici 64.

PROBL. XXII.

188. *Determinare la ſolidità d'un parallelepipedo obbliquangolo.*

SOLUZIONE.

1. Si determini di quante once quadrate, o palmi quadrati, o canne quadrate, ec. è la ſua baſe.

2. Si miſuri la ſua altezza, e pel nume-

mero delle once, o de' palmi, o delle canne, ec. di lunghezza, ch' essa contiene, si moltiplichi la base già determinata.

Il prodotto darà la solidità cercata in once cubiche, o in palmi cubici, o in canne cubiche, ec.,

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè ogni parallelepipedo obbliquangolo è uguale a un parallelepipedo rettangolo, qualora hanno uguali e le basi, e le altezze (§ 116 *del tom.* 4). Ma il parallelepipedo rettangolo si determina moltiplicando la base per l' altezza (§ 186). Dunque anche l' obbliquangolo si determinerà moltiplicando la base per l' altezza. Ch' è ciò, che bisognava dimostrare.

PROBL. XXIII.

189. *Determinare la solidità d' un prisma triangolare,*

SOLUZIONE.

1. Si determini la quadratura della sua base triangolare.

2. Si misuri l' altezza del prisma; e pel numero delle once, o de' palmi, o delle canne di lunghezza, ch' essa contiene, si moltiplichi il numero delle once quadrate, o de' palmi

quadrati, o delle canne quadrate, ec., che compongono la baſe.

Il prodotto darà la ſolidità cercata in once cubiche, o in palmi cubici, o in canne cubiche, ec.

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè il prisma triangolare ABC-HGF è la metà del parallelepipedo AH (§ 111 *del tom.* 4). Ma il parallelepipedo AH ſi ha moltiplicando la ſua baſe AC per la ſua altezza (§ *prec.*). Dunque il prisma ABCHGF s' avrà moltiplicando la metà di AC, o ſia il triangolo ABC per l' iſteſſa altezza. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO I.

190. Eſſendo ogni prisma poligono uguale a un prisma triangolare, qualora hanno uguali e le baſi, e le altezze (§ 124 *del tom.* 4); s' avrà anche ogni prisma poligono, e conſeguentemente ogni cilindro moltiplicando la ſua baſe per la ſua altezza.

AVVERTIMENTO.

191. Si noti che, ſe per baſe d' un prisma triangolare ſi prenderà uno de' ſuoi parallelogrammi; moltiplicando la baſe per l' altezza s' a-

s' avrà allora la ſolidità del parallelepipedo, e non già quella del prisma. Sicchè, per avere in tale caſo la ſolidità del prisma, ſi dovrà moltiplicare la baſe per la metà dell' altezza, o la metà della baſe per l' intera altezza.

COROLLARIO II.

192. Quindi, ſe ABCDEFGH è un parallelepipedo troncato dal piano EFGH, che paſſa per EF, HG riſpettivamente parallele a CD, AB; perchè, tirato per HG il piano HK parallelo ad AC, ſi riduce tale ſolido al parallelepipedo HC, e al prisma triangolare GKFEIH; s' avrà eſſo con aggiugnere al prodotto, che naſce, moltiplicando la baſe AC per l' altezza del parallelepipedo AK, l' altro prodotto, che ſi ha moltiplicando la baſe HK del prisma, o ſia AC per la metà dell' altezza dell' iſteſſo prisma; e conſeguentemente s' avrà con moltiplicare la baſe AC per la metà della ſomma delle perpendicolari calate su AC dai vertici degli angoli in G, ed F. *Fig. 79.*

PROBL. XXIV.

193. *Determinare la ſolidità di qualunque piramide.*

SOLUZIONE.

1. Si determini la quadratura della baſe della piramide.

2. Si miſuri l'altezza dell' iſteſſa piramide; e per la terza parte del numero delle once, o de' palmi, o delle canne, ec. di lunghezza, che eſſa contiene, ſi moltiplichi il numero delle once quadrate, o de' palmi quadrati, o delle canne quadrate, ec., che compongono la baſe.

Il prodotto darà la ſolidità cercata in once cubiche, o in palmi cubici, o in canne cubiche, ec..

DIMOSTRAZIONE.

Imperciocchè la piramide è la terza parte del prisma, qualora hanno uguali e le baſi, e le altezze (§ 132 *del tom.* 4). Ma il prisma ſi determina moltiplicando la baſe per l'altezza (§ 190). Dunque la piramide ſi determinerà con moltiplicare la baſe per la terza parte dell' altezza. Ch'è ciò, che biſognava dimoſtrare.

COROLLARIO.

194. Potendoſi ogni cono ſenza errore ſenſibile conſiderare come una piramide poligona (§ 28 *del tom.* 4); s'avrà anche ogni co-

cono con moltiplicare la ſua baſe per la terza parte della ſua altezza.

PROBL. XXV.

195. *Determinare la ſolidità di qualunque prisma triangolare troncato ABCDEF da qualſivoglia piano DEF.*

SOLUZIONE.

1. Si calino da D, E, F ſulla baſe ABC le perpendicolari DQ, EO, FP, e ſi miſurino. *Fig.* 80.

2. Si determini la quadratura di ABC, e 'l numero delle once quadrate, o de' palmi quadrati, o delle canne quadrate, ec. di tale quadratura ſi moltiplichi per la terza parte del numero delle once, o de' palmi, o delle canne, ec., che contiene la ſomma di DQ, EO, FP.

Il prodotto darà la ſolidità cercata in once cubiche, o in pal. cubici, o in can. cubiche, ec..

DIMOSTAZIONE.

S' intenda per F paſſare il piano GEH parallelo alla baſe ABC, che incontri EO in R, e DQ in S; e s' intendano congiunte le rette GD, HE. Saranno RO, FP, SQ uguali tra eſſe. E perciò il pris-

ma ABCHFG s' avrà moltiplicando ABC per la terza parte della ſomma di RO, FP, SQ. In oltre il reſtante del prisma troncato ſi riduce alle due piramidi triangolari GFHE, FHDE, delle quali la prima ſi ha moltiplicando GFH, o ABC per la terza parte dell' altezza ER, e l' altra, come uguale alla piramide FHDG ſi ha moltiplicando la ſua baſe GFH, o ABC per la terza parte della ſua altezza DS. Dunque la ſolidità dell' intero prisma troncato s' avrà moltiplicando la ſua baſe ABC per la terza parte della ſomma di EO, FP, DQ. Ch' è ciò, che biſognava dimoſtrare.

AVVERTIMENTO I.

Fig. 81. 196. Si noti che ſe un prisma triangolare ſarà troncato da ambe le parti, come ABCDEF: allora, mancando la baſe, biſogna intendere diviſo il prisma dal piano LMN perpendicolare a' lati AE, CD, BF, e determinare la quadratura del triangolo LMN. Perchè, moltiplicando LMN per la terza parte della ſomma di AE, CD, BF, s' avrà la ſolidità del prisma troncato da entrambe le parti.

AVVERTIMENTO II.

197. Si noti ancora che, ſapendo determinare la ſolidità di qualunque prisma intero

tero, e di qualunque prisma triangolare troncato da ambe le parti, è facile a determinare pure la solidità di qualunque solido a scarpa ABCDEFGH, che ha il piano superiore ABCD parallelo ad EFGH, ed i lati AH, DE perpendicolari al piano EFGH. S' intenda tale solido diviso dal piano BIKC parallelo ad AHED. S' avranno due solidi, uno sarà il prisma quadrangolare ABCDEKIH, che ha per base il trapezio ABCD, e per altezza AH, e l' altro sarà il prisma triangolare BGIKCF troncato da ambe le parti. Sicchè, se si misurerà il trapezio ABCD, e la sua quadratura si moltiplicherà per AH, s' avrà la solidità del primo de' detti solidi. Se poi nell' altro s' intenderà fatta la sezione LMN perpendicolare a' lati BC, IK, GF, e per la terza parte della somma di tali lati si moltiplicherà la quadratura del triangolo LMN, s' avrà la solidità del corpo BGIKCF. Onde la somma delle due solidità determinate darà la solidità del corpo a scarpa ABCDEFGH. *Fig. 82*

AVVERTIMENTO III.

198. Si noti di vantaggio che se dall' estremo O della riga RO, mantenuta poggiata sul piano ABCD, e posta colla sua direzione perpendicolare al lato BC, si lascia scendere il peso P, sostenuto col filo OP,

e ſcendere in modo, che giunga finalmente al lato GF; la porzione QO della riga ci determina colla ſua lunghezza la baſe MN del triangolo LMN, e 'l filo OP colla lunghezza ſua ci determina l' altezza LM dell' iſteſſo triangolo, e conſeguentemente l' altezza AH ancora del prisma ABCDEKIH.

AVVERTIMENTO IV.

199. Si noti di più che, ſe ſarà troncato da una, o da ambe le parti un prisma poligono, ſi determinerà la ſolidità di ciaſcuno de' prismi triangolari, ne' quali ſi potrà eſſo dividere; e così dalla ſomma di tali ſolidità s' avrà la ſolidità del prisma poligono troncato.

AVVERTIMENTO V.

200. Ci diſpenſiamo d' inſegnare qui in che modo ſi debbono determinare le ſolidità di qualunque piramide troncata, e di qualunque cono troncato, qualora tali ſolidi ſono troncati da piani paralleli alle baſi di eſſi, eſſendoſi ciò inſegnato nella Geo. Solida agli §§ 135, e 136. Ci piace ſolo d' avvertire che la ſolidità d' ognuno di tali corpi ſi può anche avere, ſe ſi determina tra le baſi ſue la mezza proporzionale, e la ſomma di tali piani ſi moltiplicà per la terza parte dell'

al-

altezza del medesimo corpo. Chi di ciò ne desidera la dimostrazione, che per brevità tralasciamo, può leggerla nell' altra mia Geo: Solida, pubblicata in grazia della Reale Accademia della marina.

AVVERTIMENTO VI.

201. Se la piramide ABCDEKFGHI è troncata dal piano FGHIK non parallelo alla base ABCDE: allora, tirata per C la CP parallela ad HI, e prolungata CH in O, finche HO sia quarta proporzionale in ordine alla differenza di CP, HI, ad HI, ed a CH, s' avrà il punto O, in cui i lati CH, DI prolungati s' uniranno, e conseguentemente s' avrà il vertice dell' intera piramide. Sicchè, se si determinano due perpendicolari calate dal punto O, una sul piano ABCDE, e l' altra sul piano FGHIK; moltiplicando per la terza parte della prima di tali perpendicolari la quadratura di ABCDE, e per la terza parte della seconda la quadratura di FGHIK, s' avranno le solidità della piramide intera, e della parte mancante. Onde la differenza di tali solidità darà la solidità della piramide troncata ABCDEKIHGF. *Fig.* 83.

AV:

AVVERTIMENTO VII.

Fig. 84. 202. Se il cono troncato da un piano parallelo alla baſe è un ſettore conico, come ABCDOPHGFE: allora, determinate le altezze dell' intero cono, e della parte mancante del modo già inſegnato nella Geo. Solida, ſi moltiplica il ſettore circolare ABCDO pel terzo dell' altezza dell' intero cono, e 'l ſettore circolare HGFEP pel terzo dell' altezza della parte mancante; la differenza de' prodotti, che naſcono, danno la ſolidità del ſettore conico troncato.

AVVERTIMENTO VIII.

Fig. 85. 86. 203. Se di più s' avrà un ſolido a ſcarpa ABCDEFGH, terminato da una parte dalla ſuperficie BCFG di ſettore cilindrico, dalla parte oppoſta dalla ſuperficie ADEH di ſettore conico troncato, dai trapezj ABGH, DCFE, e dalle porzioni di anelli circolari ADCB, EHGF, eſiſtenti in piani paralleli: allora, determinate le ſolidità del ſettore conico troncato ADOPHE, e del ſettore cilindrico BCOPFG, colla differenza di eſſi s' avrà la ſolidità del detto ſolido a ſcarpa.

AV-

AVVERTIMENTO IX.

204. Si noti finalmente che tralaſciamo di ſoggiugnere qui il come ſi poſſono calcolare le ſolidità di tutti gli altri corpi, de' quali s' è pure trattato nella Geo. Solida, e nelle ſezioni coniche; perchè già s' è fin qui inſegnato in che modo ſi debbono calcolare le ſolidità di quelli, a' quali, ſecondo è ſtato dimoſtrato, ſi riducono.

Fine del Libro ſecondo.

LIBRO III.

Della Livellazione.

DEFINIZIONI, E NOZIONI PRELIMINARI.

DEFINIZIONE I.

205. Si dicono due, o più punti essere di *Livello vero*, se sono ugualmente distanti dal centro della Terra, ed essere di *Livello apparente*, se non hanno uguali distanze dal centro della Terra, ma sono intanto in un' istessa retta, o piano orizzontale.

DEFINIZIONE II.

206. Per rispetto di qualunque punto della superficie della Terra si dice *Linea*, o *Superficie di livello vero* quella linea, o superficie, che passa per tale punto, e ha di livello vero tutt' i suoi punti; si dice poi *Linea*, o *superficie di livello apparente* quella la ret-

retta, o quel piano, ch' è relativamente a tale punto orizzontale.

COROLLARIO I.

207. Quindi per riſpetto di qualunque punto della ſuperficie della Terra è linea di livello vero ogni periferia di cerchio, che paſſa per tale punto, e ha il centro nel centro della Terra, e linea di livello apparente la retta tangente nel medeſimo punto della linea di livello vero. Similmente è ſuperficie di livello vero la ſuperficie sferica, che paſſa pel medeſimo punto, e ha colla Terra il centro comune, e ſuperficie di livello apparente il piano tangente nell' iſteſſo punto della ſuperficie di livello vero.

COROLLARIO II.

208. E perciò la ſuperficie dell' acqua, quand' è tranquilla nel mare, ne' laghi, ne' ſtagni, ec., è ſuperficie di livello vero per riſpetto di qualunque ſuo punto: anzi come è proprietà di qualunque fluido, ſecondo ſi dirà nell' Idroſtatica, di non avere un punto della ſua ſuperficie più, e un altro meno alto per riſpetto del centro della Terra, o che la ſua ſuperficie ſia continuata, o che ſia interrotta, purchè per qualche canale comunichi il fluido, ch' è in un ſito, coll' altro dell' iſteſſa ſpecie, ch' è in un altro ſito; così

la ſuperficie d' ogni fluido quieto, continuata, o interrotta che eſſa ſia del modo già detto, è ſuperficie di livello vero.

DEFINIZIONE III.

209. Si chiama *Differenza del livello vero dal livello apparente* di qualunque punto della ſuperficie terreſtre a qualſiſia diſtanza dal medeſimo punto la porzione della verticale, che in ſi fatta diſtanza tramezza tra 'l punto, ove l' incontra la ſua linea di livello vero, e 'l punto, ove l' incontra la ſua linea di livello apparente.

COROLLARIO I.

Fig. 87. 210. Quindi, ſe contraſſegnano A qualunque punto della ſuperficie terreſtre, O 'l centro della Terra, AL un arco del cerchio deſcritto col raggio OA, AM la tangente di tale arco in A, e OC, OE, OG, ec. raggi della terra prolungati fino alla tangente AM; contraſſegneranno per riſpetto di A l' arco AL la linea di livello vero, la AM la linea di livello apparente, e BC, DE, FG, ec. le differenze del livello vero dal livello apparente alle diſtanze orizzontali AC, AE, AG, ec. dall' iſteſſo punto A.

CO-

COROLLARIO II.

211. Corriſpondendo a un arco di cerchio maſſimo della Terra della lunghezza d' un miglio un angolo al centro di 1' (§ 16). Se la tangente AG ſarà d' un miglio; perchè AF deve eſſere meno d' un miglio, ſarà l' angolo ACG meno di 1' ; e perciò ſenza ſenſibile errore ſi potrà prendere l' angolo OGA come uguale ad OAG , ed OG come uguale ad AO , o ſia ad OF . Onde , eſſendo il quadrato di AG uguale al rettangolo fatto da GF , e dalla ſomma di GO , OF (§ 186 *del tom.* 2.) , ſarà il quadrato di AG in tale caſo uguale al rettangolo fatto da GF , e dal diametro del cerchio AFL , o ſia dal diametro della Terra ; e Tolto più il quadrato di AG ſarà uguale al rettangolo fatto da GF , e dal diametro della Terra , ſe AG ſarà minore d' un miglio.

COROLLARIO III.

212. Sicchè ſe le diſtanze orizzontali AC , AE , AG , ec. ſono compreſe nella lunghezza d' un miglio , i quadrati di tali diſtanze AC , AE , AG , ec. ſono tra eſſi nella ragione de' rettangoli fatti da BC , DE , FG , ec, , e dal diametro della Terra , e conſeguentemente ſono tra eſſi nel-

nella ragione delle rette BC, DE, FG, ec. Per la qual cosa le differenze del livello vero dal livello apparente d' un punto della superficie terrestre alle diverse distanze dal medesimo punto, comprese tra la lunghezza d' un miglio, sono tra esse nella ragione de' quadrati delle istesse distanze.

COROLLARIO IV.

213. In oltre, essendo il quadrato della distanza AC, di qualunque lunghezza essa sia, sempre uguale al rettangolo fatto da CB, e dalla somma di CO, OB (§ 186 *del tom.* 2); ed essendo il raggio della Terra lungo pal. 24163153. Sarà il quadrato di AC, qualora CB è d' un palmo, di palmi quadrati 48326307; e perciò AC sarà di pal. 6951. 7, ovvero di $868^{can.}. 7^{pal.}. 8^{onc.}. 2^{min.}$. Similmente si trova essere AC di $250^{can.}. 6^{pal.}, 9^{onc.}, 2^{min.}$, quando BC è d' un' oncia, essere AC di $112^{cant}. 1^{pal.}. 5^{onc.}. 2^{min.}$, quando BC è d' un minuto, ed essere AC di $79^{can.}. 2^{pal.}. 7^{onc.}. 1^{min.}$, quando BC è di mezzo minuto. Sicchè per rispetto di qualunque punto della superficie terrestre la linea di livello vero cade sotto la linea di livello apparente di $\frac{1}{2}$ minuto alla distanza di 80 canne, di un minuto alla distanza di can. 112, di un' oncia alla distanza di 251 can., e di un palmo

mo alla diſtanza di can. 869, vale a dire alla diſtanza di poco meno d' un miglio.

COROLLARIO V.

214. Cadendo dunque per riſpetto di qualunque punto A della ſuperficie terreſtre la linea di livello vero $\frac{2}{3}$ minuto, e non più ſotto la linea di livello apparente alla diſtanza di can. 80 da A: è facile ad intendere che fino alla detta diſtanza da A la differenza della linea di livello vero dall' apparente è inſenſibile. Dunque fino alla detta diſtanza di can. 80 da A la linea di livello apparente ſi può ſenza ſenſibile errore prendere per quella di livello vero; e 'l piano, ch' è orizzontale per riſpetto di A, per la grandezza del cerchio, che ha per centro A, e per raggio una lunghezza di can. 80, ſi può pure ſenza errore ſenſibile prendere per ſuperficie di livello vero. E di più, ſe in MA, prolungata in R, ſi prendono AP, AQ ognuna di can. 80, tutt' i punti di MR, compreſi nella lunghezza PQ di can. 160, ſi poſſono prendere come punti di livello vero; tutti gli altri poi, che ſono al di là di tale lunghezza, non ſono di livello vero, ſe non a due a due; e ſono tali i due, che ſono uno di qua, e l' altro di là dal punto A, e ad uguali diſtanze dall' iſteſſo punto A.

DEFINIZIONE IV.

215. Si chiama *Livella* ogni ſtrumento, con cui ſi poſſono dirigere raggi viſuali eſattamente orizzontali.

AVVERTIMENTO I.

216. Sono ſtate finora inventate più ſorte di livelle. Le migliori ſono la livella ad acqua, e la livella a cannocchiale. La livella ad acqua ce la preſenta la fig. 88, nella quale contraſſegnano 1. ABCD un cilindro di metallo vuoto, e piegato ad angoli retti nelle parti AB, DC; il quale cilindro ha il diametro di circa un' oncia, la lunghezza BC di 4 in 5 palmi, e le porzioni eſtreme A; e D fermate con viti da poterle svitare, quando occorre; 2, E, ed F due vaſi di criſtallo perfettamente cilindrici, di diametri ugualiſſimi, e colle parti di eſſe più ſtrette inſeriti, e ſaldati con pece, o altro glutine ne' pezzi eſtremi del detto cilindro metallico; co' quali pezzi ſi poſſono ſeparare, quando conviene, dall' iſteſſo cilindro metallico; 3. L finalmente un piede a tre gambe, su cui va ſtabilmente ſituata la livella, e ſituata in modo da poter eſſere moſſa su d' un punto per ogni direzione, e fermata ovunque il biſogno l' eſige. In sì fatta livella, quando ſe ne deve far

uſo,

uso, si versa per uno de' vasi di cristallo tant' acqua, che basti a riempirla fino alla metà de' vasi di cristallo; e per rendere ben distinte le superficie dell' acqua ne' detti vasi, si tigne essa con zaffarano, o carmino, o con vino rosso. Or perchè le superficie dell' acqua ne' vasi di cristallo sono sempre in un piano di vero livello, e conseguentemente orizzontali; dirigendo la mira per la tangente de' vasi in punti, ove si vedono giugnere le superficie dell' acqua, e dirigendola da qualche distanza dalla livella, s' avrà in tal modo un raggio di mira esattamente orizzontale.

AVVERTIMENTO II.

217. La livella a cannocchiale poi è stata in varie guise costrutta. La più elegante, e comoda per l' uso a mio credere è quella, che di sua invenzione si fece costruire il fu Tenente Colonnello D. Giovanni Buonpiede, Ingegniere direttore de' porti di questo Regno, mio strettissimo amico, e uomo quanto intelligente delle scienze matematiche, altrettanto esperto, e franco in ogni genere di pratica necessaria a un abilissimo Ingegniere e militare, e civile, come l' attestano il Molo di questa capitale, e varie altre opere da lui dirette. Sì fatta livella ce la presenta la figura 89, nella quale contrassegnano 1. *AB* un cannocchiale con

tubo d' ottone, più massiccio nel mezzo, che verso gli estremi, e con un filo d' argento orizzontalmente posto nel fuoco delle lenti, a mobile coll' ajuto d' una picciola vite; 2. C un corsore d' ottone, che colla vite d' acciajo D si può portare avanti, e in dietro, secondo il bisogno; 3. E, ed F due opposte braccia anche d' ottone, unite nel mezzo perpendicolarmente al detto tubo; però E termina in un anello con un picciolo cono cavo d' acciajo in cima, ed F sostiene un pezzo di piombo G, da cui sporge in fuori il cilindretto di ferro H; 4. IK la cassetta del cannocchiale con due opposti occhi, o aperture circolari, colla parte rilevata nel mezzo del coperchio per contenere il braccio E, e con un cilindro cavo, e aperto da ambi gli estremi nel mezzo del fondo, in cui va situato il braccio F; 5. M un altro cilindro cavo di legno con fondo concavo, e con un foro a vite femmina nel mezzo, che si apre, e chiude, secondo il bisogno, coll' ajuto d' un cavicchio a vite maschia; però al fondo stabile di tale cilindro va al di fuori fatto un altro fondo mobile con pelle incollata, e strettamente ligata intorno al cilindro di legno; e ciò perchè si possa contenere del mercurio tra i due fondi, e si possa fare entrare nel cilindro di legno, con premere i detti fondi l' uno contro dell' altro; 6. P un piede a tre gambe, a cui va congiunta la tavoletta NO d' un palmo quadrato; la

qua-

quale tavoletta non ſolamente ſi può muovere per metterla orizzontalmente, ma anche ſi può volgere in giro; e ha di più un ſolco circolare per inſerirvi l'orlo del cilindro L. 7. Q un altro zoccolo di legno dell'altezza di circa 2 once, con vuoto cilindrico nel mezzo, in cui va eſattamente inſerito il cilindo L; 8. R una piccola ſpragna di ferro, voltata ad angolo retto, e terminata in punta con un picciolo cono conveſſo d' acciajo, verticalmente ſituato; la quale ſpragna va ſtabilmente, e verticalmente fiſſata nel mezzo della tavoletta poſteriore della caſſetta IK, per potervi al braccio ſuperipre di eſſa appoggiare coll' anello del baaccio E il ſuddetto cannocchiale.

AVVERTIMENTO III.

218. Si prepara ſi fatta livella, quando ſe ne deve far uſo, a queſto modo. I. Sulla tavoletta NO del piede ſi fiſſi il zoccolo di legno Q nel ſuo conveniente ſito con due, o più viti, che vi ſono a tale uopo. II. Nel mezzo del vano di Q ſi metta il cilindro di legno M, togliendo dal foro del ſuo fondo il cavicchio, acciò il mercurio, che v' è tra i due fondi, poſſa uſcire nel cilindro di legno. III. Si metta la caſſetta IK ſul piede, introducendo nel vano del zoccolo Q, e intorno del vaſe M il cilindro L, finchè il ſuo orlo ſia ben intruſo nel ſolco

circolare della tavoletta NO, e ſi fermi coll' ajuto d' una vite, che ſi trova lateralmente ſituata nel detto zoccolo. IV. S' apra il coperchio dell' iſteſſa caſſetta, e 'l cannocchialetto, che ſi trova appoggiato coll' anello del braccio E al braccio orizzontale della ſpragna R, ſi metta in modo, che il picciolo cono conveſſo, ch' è nell' eſtremo di R, reſti inſerito nel picciolo cono concavo dell' anello del braccio E. V.° Finalmente ſi chiuda il coperchio della caſſetta, e s' avrà il detto cannocchialetto ſoſpeſo dentro l' iſteſſa caſſetta, ſenza pericolo d' eſſere agitato dal vento, co' ſuoi eſtremi in corriſpondenza degli occhi della medeſima caſſetta, col cilindretto di ferro H immerſo nel mercurio, acciò ſia preſto poſto in quiete, e nel mercurio entrato nel cilindro di legno premuto dal peſo dell' iſteſſo cannocchialetto; e s' avrà l' iſteſſo cannocchialetto in iſtato da poter eſſere moſſo in giro coll' ajuto della tavoletta NO, e in iſtato, poſta l' iſteſſa tavoletta NO orizzontalmente, da non eſſere mai nè innalzato, nè abbaſſato, girandolo colla detta tavoletta.

AVVERTIMENTO IV.

219. Per dirigere intanto con ſi fatta livella un raggio di mira eſattamente orizzontale; conviene prima rettificarla, cioè ridurla al ſegno d' eſſere, ſtando preparata del

mo-

modo già detto, il ſuo aſſe eſattamente orizzontale. Si fa tale rettificazione a queſto modo. I. Si metta la livella in C, con diſporre la tavoletta del piede, su cui poggia la ſua caſſetta, in ſito eſattamente orizzontale; e, preſi ſul terreno due punti A, e B ad uguali diſtanze da C, e a diſtanze almeno di can. 100, ſi facciano in A, e B ſituare verticalmente due aſte. II. Si diriga la mira pel filo orizzontale della livella prima all' aſta AD, e poſcia, con voltare la livella in direzione oppoſta, all' aſta BE, e ſi facciano e notare i punti D, ed E, a' quali le mire ferìſcono, e miſurare le altezze DA, EB; ſaranno D, ed E punti di vero livello, ancorchè la livella porti la mira più alta, o più baſſa del dovere. III. Si tolga l' aſte BE; e nel ſuo luogo ſi ponga, come nell' altra ſtazione, la livella; e, miſurata la diſtanza del foro dell' occulare della livella dal terreno, e conſeguentemente avuta la differenza di tale diſtanza dall' altezza BE, ſi miſuri DF uguale a sì fatta differenza; ſaranno pure il foro dell' oculare della livella, ed F punti di vero livello. IV. Eſſendo la differenza del livello vero dall' apparente di $\frac{4}{5}$ di minuto alla diſtanza di can. 100, come ſi trova facendo il calcolo, e conſeguentemente di minuti 3 $\frac{1}{5}$ alla diſtanza di can. 200 (§ 212); ſi prenda FG di minuti 3 $\frac{1}{5}$ e ſi noti il punto G. Se il raggio di mira, diretto pel filo della livella, Fig. 90.

ferisce il punto G, la livella allora dà il detto raggio di mira esattamente orizzontale; altrimenti si vada movendo il corsore della livella avanti, o in dietro, finchè il raggio di mira ferisca in G, e costantemente ferisca in G, mosso colla mano più volte il cannocchialetto. S' avrà in tal modo rettificata la livella.

AVVERTIMENTO V.

220. Se non v'è tempo da rettificare con esattezza la livella, basta allora notare di quanto essa porta alta, o bassa la mira a una determinata distanza: poichè, conosciuto che alla distanza di can. 200 per esempio porta di 2 once più alta, o più bassa la mira, si determinerà con facilità di quanto la porterà più alta, o più bassa ad ogni altra distanza; essendo tali errori di mira proporzionali alle semplici distanze, com' è facile ad intendere. Per la qual cosa si può adoperare la livella a cannocchiale per dirigere raggi visuali esattamente orizzontali, senza essere essa esattamente rettificata; purchè si tenghi conto, secondo le diverse distanze, degli errori di mira.

AVVERTIMENTO VI.

221. Si noti che le aste, che s' adoprano nel far uso delle livelle, s' adoprano a que-

queſto modo. Per ogni ſcopo ſe ne adoprano due d' uguali lunghezze, una diviſa in pal., onc., e min., e l' altra indiviſa. L' indiviſa porta in uno de' ſuoi eſtremi una tavoletta, com' è quella, che contraſſegna C, mezza nera, e mezza bianca, colla linea, che ſepara tali colori, nella direzione dell' aſta, e coll' orlo ſuperiore nell' eſtremo dell' iſteſſa aſta. S' appoggia l' aſta diviſa ſul terreno, mettendovi di mezzo una picciola tavoletta, che ſi porta a tale uopo, acciò l' aſta non ſi conficchi nel terreno, e colle mani ſi tengono congiunte le due aſte, e in ſito verticale, come moſtra la figura; però l' indiviſa ſi tiene colla detta tavoletta colorata rivolta verſo ſopra, o verſo ſotto, ſecondochè il raggio di mira, diretto da chi è alla livella, feriſce ſopra, o ſotto l' eſtremo ſuperiore dell' aſta diviſa; e ſi fa ſcorrere l' aſta indiviſa lungo la direzione dell' altra, finche il raggio di mira ſi trova corriſpondere all' orlo ſuperiore della tavoletta colorata, che coll' aſta ſi fa alquanto muovere a deſtra, e a ſiniſtra, acciò ſi conoſca con ſicurezza di traguardare al detto orlo. Dal numero de' palmi, delle once, e de' minuti, che ſi trovano notati in AB, ſi conoſce di quanto il raggio di mira feriſce più alto del punto B del terreno. Fig. 91.

AVVERTIMENTO VII.

222. Sembra la livella ad acqua più comoda dell' altra a cannocchiale, perchè questa ha bisogno della rettificazione, e quella no. Però colla livella ad acqua non si possono dirigere raggi orizzontali più lunghi di can. 20, 30, o 40, secondochè la vista è meno, o più acuta; laddove colla livella a cannocchiale si possono dirigere raggi orizzontali a distanze assai maggiori. Sicchè nella livella a cannocchiale l' incomodo della rettificazione è compensato dal vantaggio delle orizzontali lunghissime, che con essa si possono dirigere. Perciò, s' è comoda la livella ad acqua, quando si tratta di dirigere orizzontali corte, è comodissima l' altra a cannocchiale, quando si tratta di dirigere orizzontali assai lunghe.

AVVERTIMENTO VIII.

223. Si noti intanto che sebbene la livella ad acqua non abbia bisogna della rettificazione, ha bisogno nondimeno d' essere adoperata con somma avvertenza. L' acqua ne' vasi di cristallo si solleva alquanto intorno intorno del perimetro alla sua superficie; e un sì fatto sollevamento può ingannare la vista nel dirigere un raggio di mira, se non vi si ha

ſomma avvertenza, e può farci errare conſeguentemente nel dirigere i raggi orizzontali. Si noti altresì che, ſe i vaſi di criſtallo non ſono eſattamente cilindrici, e d' uguali diametri; con girare la livella, a fine di guardare ora a uno ſcopo, e ora a un altro, può accadere che riceva eſſa qualche picciola inclinazione, e l' acqua una diverſa ſituazione, e conſeguentemente una diverſa altezza; onde può accadere che col girare la livella a diverſi ſcopi; i raggi di mira diretti a tali ſcopi ſieno tutti orizzontali, ma in piani orizzontali diverſi. Perciò, prima d' adoperare una livella ad acqua, conviene esplorare; ſe con darle varie inclinazioni, accade ſempre che di quanto s' abbaſſe l' acqua in uno de' detti vaſi, d' altrettanto precisamente ſi ſolleva nell' altro; altrimenti la livella è erronea.

AVVERTIMENTO IX.

224. Si noti di vantaggio che dagli errori nel dirigere orizzontali colle livelle, che derivano dalla refrazione della luce, niuna livella va elente; e 'l peggio è che di sì fatti errori non ſe ne poſſono determinare le correzioni; e tanto più non ſi poſſono determinare, che alle medeſime diſtanze debbono variare, come ſi varia la condizione dell' aria. Onde, quando l' aria è nebioſa, o molto umida, nella quale condizione d' aria

i det-

i detti errori debbono essere assai considerabili, o non è da usare la livella, o pure non si debbono i punti di diversi scopi, guardati da un istesso sito colla livella, prendere come esistenti in un istesso piano orizzontale, se non sono guardati da distanze uguali.

AVVERTIMENTO X.

225. Si noti finalmente che si dà la denominazione di livella anche a una picciola riga di metallo, su cui va situato un cilindretto di cristallo pieno d' acqua con un poco d' aria, e non solamente chiuso da ambi gli estremi, ma anche coperto, eccetto nel mezzo, da una lametta cilindrica dell' istesso metallo, ben congiunta alla detta riga. Però di sì fatta livella non si fa uso per dirigere raggi orizzontali, ma per mettere in siti orizzontali piccioli piani, righe di legno, o altre cose simili. Si conosce intanto coll' ajuto di tale livella un picciolo piano essere orizzontale, se, adattatevi la riga della livella in due diverse situazioni, s' osserva sempre l' aria nel mezzo del cannello.

DEFINIZIONE V.

226. Il determinare punti di vero livello si dice *Livellare*, e l' operazione, che si fa,

ſa, per determinare tali punti, ſi chiama *Livellazione*.

AVVERTIMENTO I.

227. Si noti che ſe con una livella, poſta in P, ſi dirigono ſucceſſivamente alle aſte poſte verticalmente in A, B, C, D le viſuali QL, QM, QN, QO: sono di livello vero i punti L, M, N, O delle aſte, 1°, ſe la livella adoperata è ad acqua; perchè in tale caſo tutte le viſuali QL, QM, QN, QO ſono in un piano orizzontale, che non differiſce dal piano di vero livello (§ 214); 2. ſe le diſtanze delle aſte dalla livella ſono tutte uguali, e di qualunque lunghezza, e la livella è a cannocchiale, ed è ſi, o no rettificata; 3. finalmente ſe le diſtanze delle aſte dalla livella ſono diſuguali, e niuna eccede le can. 80, e intanto la livella adoperata è a cannocchiale, e rettificata. Se poi le diſtanze delle aſte dalla livella ſono diſuguali, e maggiori delle can. 80, e la livella adoperata è a cannocchiale, e rettificata; allora i punti L, M, N, O non ſono di vero livello, ma, determinate LE, MF, NG, OH uguali alle differenze di livello vero dall' apparente alle diſtanze QL, QM, QN, QO, ſono di livello vero i punti E, F, G, H. *Fig. 92.*

CO-

COROLLARIO.

228. Sicchè le livellazioni ſono operazioni, che colle livelle s' eſeguiſcono.

AVVERTIMENTO II.

229. Si noti ancora che a due ſi riducono gli uſi principali della Livellazione. Primieramente ſi fa uſo della livellazione per determinare ſe un punto d' un terreno è più alto d' un altro, e di quanto. Di sì fatta determinazione v' è biſogno, quando ſi tratta di condurre dell' acqua da un luogo in un altro, per uſo di fontane, di macchine idrauliche, e di altre coſe ſimili. Secondariamente ſi fa uſo della livellazione per fare i profili de' terreni, tanto nel caſo di dover conoſcere la diſuguaglianza d' un terreno ſecondo qualche direzione, quanto nel caſo di dover conoſcere la diſuguaglianza d' un terreno in tutta la ſua eſtenſione. Il come ſi debbono regolare le livellazioni per sì fatti uſi, è ciò, che anderemo inſegnando ne' capi, che ſoggiugniamo.

CAP. I.

Della livellazione per determinare se un punto d' un terreno è più alto d' un altro, e di quanto.

PROBL. I.

230. *Determinare coll' ajuto d' una livella se del terreno AB il punto A è più alto del punto B, e di quanto.* Fig. 93., 94, e 95.

SOLUZIONE.

O si può livellare da A a B con una stazione fatta in A, o con una stazione fatta nel mezzo de' punti A, e B, o vi bisognano più stazioni. Nel

CASO I.

1. Si metta la livella in A; e si faccia mettere l' asta verticalmente in B; e, diretto, supposta la livella esattamente rettificata, se mai è cannocchiale, il raggio visuale LM, si misuri esattamente la verticale LP, e si faccia nell' istesso tempo notare l' altezza MB. Fig. 93.

2.

2. Se la livella adoperata è quella ad acqua, o pure è quella a cannocchiale, e di più la distanza orizzontale da A a B non eccede can. 80, nel qual caso i punti L, e M sono di vero livello (§ 214), si determini delle altezze LP, MB la differenza.

Dà sì fatta differenza di quanto il punto, a cui corrisponde l'altezza minore, è più alto dell'altro.

3. Se poi la livella adoperata è a cannocchiale, e la distanza da A a B si trova essere di can. 320 per esempio, si determini la differenza di livello vero dall'apparente alla distanza di can. 320, che è 1 onc., e 3 minuti, essendo $\frac{4}{5}$ di minuto alla distanza di can. 100 (§ 212); e, sottratta dall'altezza MB, si noti il residuo.

4. Del residuo notato, e dell'altezza LP si determini anche la differenza.

Dà in sì fatto caso tale differenza di quanto il punto, a cui corrisponde l'altezza minore, è più alto dell'altro. Nel

CASO II.

Fig. 94. 1. Si metta la livella in P tra i punti A, e B, e si facciano le aste mettere in A, e B; e, diretti i raggi visuali successivamente alle aste AL, BM, si facciano esattamente notare le altezze LA, MB.

2. Se la livella adoperata è quella ad acqua,

qua, o pure è quella a cannocchiale ; e di più niuna delle distanze orizzontali del punto P dai punti A , e B eccede can. 80 , o se l' eccedono , sono però tra esse uguali , tanto nel caso che P sia nella direzione di A e B , quanto nel caso che sia fuori di tale direzione ; si determini allora la differenza delle altezze LA , MB .

Dà sì fatta differenza di quanto il punto a cui corrisponde l' altezza minore , e più alto dell' altro .

3. Se poi la livella adoperata è quella a cannocchiale , e , misurate le distanze orizzontali del punto P dai punti A , e B , si trovano elleno disuguali , e ciascuna maggiore di can. 80 ; allora si sottraggano dalle altezze LA , MB prima le differenze , che ha il livello vero dall' apparente in tali distanze , e poscia de' residui se ne determini la differenza , che hanno tra essi .

Si ha in tal modo di quanto il punto , a cui corrisponde l' altezza minore , è più alto dell' altro . Nel

C A S O III.

1. S' esplori qual deve essere la via più conveniente per andare livellando da A a B , acciò si faccia il minor numero possibile di stazioni . *Fig. 95.*

2. Si vada da A verso B livellando con fare le stazioni successivamente ne' siti L ,

M, N, O, P, Q, ne' quali si stima conveniente, e con fare che la livella sia in ogni stazione sempre nel mezzo delle aste, che si anderanno successivamente togliendo dai siti, a' quali si sarà traguardato, e mettendo in quelli, ne' quali si dovrà traguardare; eccetto quando in qualche sito la circostanza di luogo esige che si debba guardare verso una sola banda.

3. Si prendano in ogni stazione le distanze della livella dalle aste, convenienti alla livella, che s' adopra, e alle circostanze del sito, che si deve livellare. Però, se s' adopra la livella ad acqua, possono le dette distanze regolarsi ad occhio; perchè in distanze piccole, uguali o disuguali, ch' esse sieno, non occorre tener conto delle differenze de' livelli veri dagli apparenti. Se poi s' adopra la livella a cannocchiale, si debbono allora sempre misurare le dette distanze, e prenderle esattamente uguali, acciò non s' abbia ad aver riguardo alle dette differenze de' livelli veri dagli apparenti.

4. Come si vanno facendo le stazioni, così si vada formando uno schizzo della livellazione; e in esso si vadano notando le altezze delle porzioni delle aste, che tramezzano tra i raggi visuali, e 'l terreno, e si vadano notando a lato delle linee, che ne dinotano le istesse aste; e si vadano notando altresì le distanze della livella dalle aste a la-

lato nelle linee, che ne dinotano i raggi visuali; se pure tali distanze si prendono misurate, come si vede fatto nella fig. 95, che suppongo essere lo schizzo della livellazione fatta da A a B. Però i numeri esprimenti le dette altezze dinoteranno sempre pal., onc., e min., e gli altri esprimenti le dette distanze dinoteranno canne.

5. Terminate tutte le stazioni, si facciano due somme de' numeri notati nello schizzo, una di quelli, che si trovano notati alla destra delle linee rappresentanti le aste, e l' altra di quelli, che si trovano notati alla sinistra. Però, se in qualche stazione s' è traguardato verso una sola banda, il numero dinotante l' altezza notata si deve prima correggere della differenza del livello vero dall' apparente, se esige tale correzione, e poscia si deve sommare cogli altri.

6. Delle somme, che si hanno, se ne determini la differenza.

Dà sì fatta differenza l' altezza del punto A sul punto B, o al contrario, secondochè la prima delle dette somme è minore, o maggiore della seconda.

La ragione di tutto ciò per le cose già dette facilmente s' intende.

ESEMPIO.

Sia la figura 95 lo schizzo d' una livellazione.

1. Nella ſtazione O ſi è traguardato verſo una ſola banda alla diſtanza di can. 240. Dunque l'altezza di 2 pal. 4 onc. 2. min. ſi deve correggere. Or eſſendo alle diſtanze compreſe tra i limiti d' un miglio le differenze di livello vero dall'apparente proporzionali ai quadrati delle medeſime diſtanze (§ 212); ed eſſendo alla diſtanza di can. 100 tale differenza di $\frac{4}{5}$ di minuto (§ 219); ſarà alla diſtanza di can. 240 sì fatta differenza di min. 4 $\frac{3}{5}$. Sicchè il numero 2 pal. 4 onc. 2 min. ſi deve diminuire di min. 4 $\frac{3}{5}$, per avere l'altezza corretta di 2 pal. 3 onc., e min. 2 $\frac{2}{5}$.

2. Le ſomme de numeri notati a lato delle linee rappreſentanti le aſte ſono, come qui ſotto, cioè de' notati

a deſtra	a ſiniſtra
14 . 3 . 2	13 . 5 . 3
19 . 7 . 4	12 . 5 . 4
18 . 2 . 1	15 . 2 . 3
2 . 3 . 2 $\frac{3}{5}$	5 . 7 . 3
2 . 5 . 2	25 . 8 . 2
3 . 3 . 2	18 . 5 . 3
Som. 60 . 1 . 3 $\frac{3}{5}$	90 . 11 . 3 .

3. La differenza di tali ſomme è quale è notata qui ſotto

90. 11. 3
60. 1. 3 $\frac{1}{5}$ sott.

Diff. 30. 9. 4 $\frac{4}{5}$.

Per la qual cosa il punto A è più alto del punto B di 30 pal. . 9 onc. , e min. 4 $\frac{4}{5}$.

AVVERTIMENTO.

231. Si noti che nelle lunghe livellazioni si mette la livella sempre in ogni stazione , da qualche caso in fuori , tra le aste , per non moltiplicare le stazioni fuori del bisogno , e ad uguali distanze dalle aste , per evitare e le differenze de' livelli veri dagli apparenti , se si fa uso della livella a cannocchiale , e per evitare ogni errore , che può dalla refrazione della luce derivare E si noti altresì che , dove il terreno è assai inclinato , la livellazione conviene condurla dall' estremo più basso verso l' estremo più alto ; perchè , procedendo dal basso verso l' alto , il raggio di mira incontra a conveniente distanza , se non altro , il terreno ; ma , procedendo dall' alto verso il basso , il raggio di mira molte volte a picciole distanze non giugne ad incontrare le aste , estese per quanto si possono estendere.

CAP. II.

Della livellazione per fare il Profilo di qualunque terreno per qualsivoglia direzione, a fine di conoscerne l' ineguaglianza, che ha per la medesima direzione.

DEFINIZIONE.

232. Si dice *Profilo d' un terreno secondo qualunque direzione* una linea tirata sulla carta, che ne rappresenta in piccolo proporzionatamente tutte le ineguaglianze, che ha per la medesima direzione. Si dice poi *Profili d' un corpo* il disegno d' un taglio verticale, immaginato nell' istesso corpo, che ne rappresenta in piccolo proporzionatamente e la disposizione delle sue parti, e le altezze, e larghezze, che hanno le medesime parti nella direzione del detto taglio.

PROBL. II.

Fig. 96. 233. *Fare del terreno AMB, di cui s' è levata la pianta, coll' ajuto della livellazione il*

il profilo per la direzione AMB, notata nell' istessa pianta.

SOLUZIONE.

1. Si facciano le stazioni con una livella successivamente ne' siti convenienti L, M, N, e colle aste, che si anderanno dall' una, e dall' altra parte della livella in ogni stazione successivamente a distanze picciole, ed uguali tra esse situando; si vadano successivamente misurando le verticali, che tramezzano tra i raggi di mira, e 'l terreno, e notando del modo, che si veggono notate nella figura, che suppongo essere lo schizzo della livellazione; come altresì si vadano successivamente notando nell' istesso schizzo le distanze delle aste l' una dall' altra: avvertendo intanto di regolare le stazioni in modo, che non vi sia mai bisogno di correggere le misure delle verticali della differenza del livello vero dall' apparente; e avvertendo altresì che numeri, che dinotano le distanze delle aste, esprimano sempre canne, e palmi, e che quelli, che dinotano le verticali esprimano pal., onc., e min..

2. Si riducano tutte le verticali, che determinano nello schizzo i diversi punti della linea AMB relativamente a diverse linee di livello vero, a lunghezze, che possono avere, per determinarci i medesimi punti di AMB relativamente a una sola linea di vero li-

livello, ſuppoſta o al di ſopra di AMB, o al di ſotto; la quale linea, ancorchè ſia circolare, ſe la livellazione è continuata per lunghezza aſſai grande, ſi rappreſenta nondimeno ſempre con una retta, acciocchè ſi poſſano rappreſentare le dette verticali colle perpendicolari a tale linea, e le diſtanze orizzontali delle medeſime verticali colle ſue porzioni. S' eſeguiſcono intanto sì fatte riduzioni a queſto modo. I. Si ſtabiliſca la prima verticale, cioè quella, che deve appartenere al punto A, d' una lunghezza arbitraria; e tale verticale per chiarezza chiamo *prima verticale ridotta*. II. Si determini la differenza della prima, e ſeconda verticale dello ſchizzo; e tale differenza, ſecondochè la retta rappreſentante la linea di livello vero ſi vuole ſuperiore, o inferiore ad AMB, s' aggiunga alla prima verticale ridotta, o da eſſa ſi ſottragga, ſe la ſeconda verticale dello ſchizzo è maggiore della prima, ovvero ſi ſottragga dalla prima verticale ridotta, o a eſſa s' aggiunga, ſe la verticale ſeconda dello ſchizzo è minore della prima. La ſomma, o la differenza, che naſce, dà l' altra verticale, che per chiarezza chiamo *ſeconda verticale ridotta*. III. Si determini la differenza della ſeconda, e terza verticale dello ſchizzo; e tale differenza, ſecondochè la retta rappreſentante la linea di livello vero ſi vuole ſuperiore, o inferiore di AMB, s' aggiunga alla ſeconda verticale

ri-

ridotta, o da essa si sottragga, se la terza verticale dello schizzo è maggiore della seconda; ovvero si sottragga dalla seconda verticale ridotta, o a essa s' aggiunga, se la detta terza verticale dello schizzo è minore della seconda. La somma, o la differenza, che nasce, dà l' altra verticale, che per chiarezza chiamo *terza verticale ridotta*. Dell' istesso modo si proceda innanzi, finchè si abbiano tutte le verticali ridotte, come qui sotto fatto si vede, con notare appresso quelle differenze delle verticali dello schizzo il +, se de' numeri, a' quali appartiene, il seguente è maggiore dell' antecedente, e 'l —, se il seguente è minore dell' antecedente.

Verticali dello schizzo		Differenze	
4. 9. 2			
6. 8. 4	---- 1ª	---- 1. 11. 2	+
7. 9. 3	2ª	---- 1. 0. 4	+
4. 0. 0	3ª	---- 3. 9. 3	—
4. 5. 4	4ª	---- 0. 5. 4	+
6. 11. 3	5ª	---- 2. 5. 4	+
3. 0. 0	6ª	---- 3. 11. 3	—
8. 8. 4			
9. 7. 4	7ª	---- 0. 11. 0	+
12. 8. 2	8ª	---- 3. 0. 3	+
4. 0. 0	9ª	---- 8. 8. 2	—
7. 6. 1	10ª	---- 3. 6. 1	+

Dif.5.ª	2 . 5 . 4 agg.	2 . 5 . 4 sott.
VI.ª	14 . 2 . 1	9 . 9 . 4
Dif.6.ª	3 . 11 . 3 sott.	3 . 11 . 3 agg.
VII.ª	10 . 2 . 3	13 . 9 . 2
Dif.7.ª	0 . 11 . 0 agg.	0 . 11 . 0 sott.
VIII.ª	11 . 1 . 3	12 . 10 . 2
Dif.8.ª	3 . 0 . 3 agg.	3 . 0 . 3 sott.
IX.ª	14 . 2 . 1	9 . 9 . 4
Dif.9.ª	8 . 8 . 2 sott.	8 . 8 . 2
X.ª	5 . 5 . 4	18 . 6 . 1
Dif.10.ª	3 . 6 . 1 agg.	3 . 6 . 1 sott.
XI.ª	9 . 0 . 0	15 . 0 . 0
Dif.11.ª	1 . 11 . 1 agg.	1 . 11 . 1 sott.
XII.ª	10 . 11 . 1	13 . 0 . 4
Dif.12.ª	1 . 11 . 3 agg.	1 . 11 . 3 sott.
XIII.ª	12 . 10 . 4	11 . 1 . 1
Dif.13.ª	2 . 4 . 4 agg.	2 . 4 . 4
XIV.ª	15 . 3 . 3	8 . 8 . 2
Dif.14.ª	2 . 4 . 2 sott.	2 . 4 . 2 agg.
XV.ª	12 . 11 . 1	11 . 0 . 4
Dif.15.ª	3 . 1 . 3 agg.	3 . 1 . 3 sott.

XVI.ª	16.	0.	4		7.	11.	1
Dif.16.ª	2.	3.	4	agg..	2.	3.	4 sott.
XVII.ª	18.	4.	3		5.	7.	2
Dif.17.ª	2.	11.	1	agg.	2.	11.	1 sott.
XVIII.ª	21.	3.	4		2.	8.	1

3. Si preparino due ſcale, una ch' eſprima canne, e palmi colle ſue parti, e ſervirà per notare nella retta rappreſentante la linea di vero livello le diſtanze orizzontali delle verticali miſurate; l' altra più grande, che colle parti eſprima pal., onc., e min., e ſervirà per notare le medeſime verticali. S' adoprano due ſcale, perchè una ſola darebbe ne' profili de' terreni le verticali aſſai picciole, e poco diſtinguibili.

Fig.97. 98. 4. Si tiri ſulla carta la retta P Q, che deve eſprimere la linea di vero livello; e in eſſa ſi vadano notando in parti della ſcala, fatta a tale uopo, le diſtanze orizzontali, che ſi trovano notate nello ſchizzo, con mettervi anche i numeri a lato di tale diſtanze, che ſi trovano nell' iſteſſo ſchizzo notati, come appariſce nelle fig. 97, e 98.

5. Dagli eſtremi delle dette diſtanze orizzontali, notate in PQ, ſi vadano ſucceſſivamente innalzando delle perpendicolari sull' iſteſſa PQ, dirette ſotto, o ſopra di PQ, ſecondochè ſi vuole, che la retta rappreſentante la linea di livello vero ſia ſuperiore,

o in-

o inferiore al profilo da fare ; e ſi vadano tali perpendicolari ſucceſſivamente prendendo coll' ajuto dell' altra ſcala delle lunghezze delle verticale ridotte, già determinate, con mettervi anche a lato di eſſe i numeri, che l' eſprimono, ſe ſi vuole, come ſi vede fatto nelle citate figure.

6. Finalmente per gli eſtremi di tali perpendicolari ſi faccia paſſare la linea a m b.

Darà tale linea a m b il profilo cercato ; e ſarà tale profilo tanto più eſatto, quanto più le diſtanze orizzontali delle verticali miſurate nella livellazione ſaranno preſe più picciole.

AVVERTIMENTO I.

234. Si noti che le diſtanze orizzontali delle verticali, che ſi miſurano livellando, ſi regolano ſecondo la lunghezza del profilo da fare, e l' eſattezza maggiore, o minore, ch' eſige il profilo per l' uſo, che ſe ne dovrà fare. Alle volte conviene tali diſtanze prenderle di pochi palmi, alle volte di più canne ; e ſpeſſo accade doverle prendere dove di maggiore lunghezza, e dove di lunghezza minore, ſecondo eſige l' ineguaglianza del terreno.

AVVERTIMENTO II.

235. Si noti in oltre che, quando si tratta di fare il profilo d' un terreno per qualunque direzione, e profilo di picciola eſtenſione, ſi può eſattamente eſeguire ſenz' alcuna livella coll' ajuto d' una lunga riga di legno diviſa in palmi, dell' archipenzolo, e di due aſte di legno, una diviſa in palmi, once, e minuti, e l' altra indiviſa, a queſto
Fig. 99. modo. Contraſſegni A C E G O la linea d' un terreno, che ſi deve diſegnare ſulla carta. 1. S' adatti in A la riga di legno AB, ch' io la ſuppongo di 16 palmi; e, fatta ſoſtenere co' mani tale riga dall' eſtremo B in faccia all' aſta indiviſa CB, poſta verticalmente in C; e meſſa l' iſteſſa riga AB coll' ajuto dell' archipenzolo in ſito orizzontale, ſi vadano coll' ajuto dell' aſta diviſa miſurando da due palmi in due palmi di diſtanza le otto verticali, che appariſcono nella figura; e 'l tutto ſi noti nello schizzo, che ſe ne va facendo delle operazioni. 2. Si vada ſucceſſivamente ſituando l' iſteſſa riga ne' ſiti orizzontali CD, EF, ec., e ſi vadano in ogni ſtazione replicando le medeſime operazioni fatte nella prima ſtazione, e notando nello schizzo tutte le miſure preſe; però, per riferire tutte le verticali alla prima orizzontale AB prolungata, ſi debbono accreſcere tutte le otto miſurate nella ſeconda ſtazione,

di

di quante s'è trovata nella prima ſtazione la BC, tutte le otto miſurate nella terza ſtazione, di quant'è la ſomma delle due BC, DE, e così procedendo innanzi. 3 Dalle miſure delle verticali già notate nello schizzo, e dalle miſure delle diſtanze orizzontali di eſſe ſi ricavi il diſegno del modo già inſegnato. S'avrà in tale altra maniera formato il profilo cercato.

AVVERTIMENTO III.

236. Se ſi deve fare il profilo della linea del fondo d'un canale d'acqua, nè pure occorre allora far uſo d'alcuna livella, ſervendo l'acqua iſteſſa di livella eſattiſſima. Però, se AB contraſſegna il fondo d'un canale con acqua corrente, ſi deve prima rendere ſtagnante l'acqua, con fare degli arginetti di terra AL. BM ne' ſuoi eſtremi, o con farne più AL, CN, DO, BM, ſe il canale foſſe aſſai lungo, e l'acqua, reſa ſtagnante tra due arginetti fatti negli eſtremi, foſſe nella neceſſità d'uſcire dai ſuoi ripari, dove è il ſito più baſſo. Poſcia ſi debbono con un ſcandaglio, cioè con un peſo ſoſtenuto da una fune far miſurare da iſtanza in diſtanza nella direzione della linea di mezzo del canale le profondità diverſe dell'acqua. Supposto che tali diſtanze, e tali profondità ſieno, quali ſi veggono notate nelle medeſime figure 100, e 101, che ſuppongo *Fig.* 100. e 101.

eſ-

essere i' schizzi delle operazioni, si ricaverà il profilo della linea del fondo del canale AB da qualunque di tali schizzi del modo già insegnato. Però nel caso della figura 101, per riferire tutte le profondità misurate al pelo d'acqua più alto PQ, il che è conveniente eseguire prima di fare il profilo, fa uopo accrescere tutte le profondità, determinate relativamente al pelo RS, della differenza delle altezze de' due peli PQ, RS, e tutte le profondità, determinate relativamente al pelo TV, della somma delle differenze delle altezze de' peli PQ, RS, e de' peli RS, TV.

AVVERTIMENTO IV.

237. Per determinare intanto la differenza delle altezze de' peli d' acqua PQ, RS, si deve procedere a questo modo. 1. Sull' arginetto CN si metta una riga di legno coll' ajuto dell' archipenzolo in sito orizzontale. 2. Dagli estremi di tale riga si lascino scendere due piombi, sostenuti con fili, fino ai peli d' acqua PQ, RS, e si misurino le distanze della detta riga da tali peli. La differenza di sì fatte distanze dà la differenza delle altezze de' medesimi peli d' acqua PQ, RS.

AVVERTIMENTO V.

238. Ciò, che s'è detto qui relativamente a canali d'acque, non è applicabile a' fiumi. Il fare il profilo della linea del massimo fondo d'un fiume, e con esso rappresentare ancora tanto il pelo dell'acqua nel tempo delle operazioni, quanto le campagne adiacenti, esige l'uso della livella, ed esige somma pratica, e intelligenza in chi deve regolarne le operazioni. Soggiugniamo perciò il seguente probl., acciò la gioventù possa apprendere il come nelle occorrenze si deve regolare, per eseguire cotali operazioni.

PROBL. III.

239. *Fare relativamente a un fiume profili, che ne dinotino uno la linea del massimo fondo, un altro il pelo dell'acqua nel tempo delle operazioni, e due altri le ineguaglianze, e le altezze, che hanno relativamente all'istesso fiume le campagne adiacenti.*

SOLUZIONE.

1. Si levi la pianta AGLMHB del fiume, di cui si tratta, e delle campagne adiacenti con somma precisione; e nella pianta del fiume si noti l'andamento del suo filone PQRSTV, vale a dire l'andamento *Fig.* 102.

della linea, per cui l' acqua corre nel fiume colla massima velocità.

2. Si stabilisca la sezione perpendicolare all' andamento del fiume, da cui deve incominciare la livellazione, e si noti essa nella pianta colla linea AB nel sito corrispondente.

3. Supposto che sieno YNXOZ tale sezione, e NO il pelo dell' acqua, si metta la livella su d' una ripa in sito atto a poter dirigere raggi visuali di convenienti lunghezze successivamente alle aste fatte verticalmente situare in Y, Z, e all' asta fatta situare pure verticalmente nel punto X del fondo, a cui corrisponde il filone; essendo sempre il massimo fondo corrispondente al filone.

4. Supposto che i raggi visuali, diretti colla livelle, feriscano in a, b, c, si facciano misurare le altezze Ya, bd, dX, Zc; e sì fatte misure si notino nello schizzo, che si va facendo delle operazioni.

5. Senza cambiare il sito della livella, si stabilisca l' altra sezione, pure perpendicolare all' andamento del fiume, e ad altrettanta distanza a un di presso dalla livella; e si noti anche nella pianta colla linea CD sì fatta sezione nel sito corrispondente.

6. Si facciano relativamente a tale seconda sezione le medesime operazioni, e misure, che fatte si sono per rispetto della sezione prima; e tutte le misure, che si han-

no,

no, ſi notino nello schizzo; come altresì ſi noti nello schizzo la lunghezza orizzontale del filone PQ, miſurata ſulla pianta.

7. Ciò, che s' è fatto relativamente alle ſezioni notate ſulla pianta colle rette AB, CD, ſi vada ſucceſſivamente facendo relativamente alle altre ſezioni, che s' anderanno ſucceſſivamente notando ſull' iſteſſa pianta colle rette EF, GH, IK, LM; cioè ſi vada facendo in primo luogo relativamente alle ſezioni notate colle rette CD, EF, in secondo luogo relativamente alle ſezioni notate colle rette EF, GH, in terzo luogo relativamente alle ſezioni notate colle rette GH, IK, ec.; e tutte le miſure, che ſi hanno e delle altezze delle aſte, e de' filoni QR, RS, ST, ec. nella pianta, ſi notino nello schizzo.

8. Si riducano tutte le miſure di altezze, determinate relativamente a linee di diverſo livello, alle grandezze, che debbono avere, riferendole a una ſola linea di vero livello; e ciò ſi faccia tanto relativamente alle altezze, che ſi rapportano alla linea del maſſimo fondo, quanto a quelle, che ſi rapportano alle linee, che debbono rappreſentare ſi il pelo d'acqua, che le irregolarità, e le altezze delle campagne.

9. Si tiri ſulla carta la retta pv, che deve eſprimere la linea di livello vero, e da eſſa ſi taglino le porzioni pq, qr, rs, st, tv, ec. di tante parti della ſcala fatta a tale *Fig.* 102. e 103.

uopo di quante canne ſi trovano nello schizzo notate le porzioni PQ, QR, RS, ST, TV, ec. del filone.

10. Per p, q, r, s, t, v, ec. ſi tirino delle rette perpendicolari a pv, e da eſſe ſi taglino coll' ajuto d' un' altra ſcala, fatta a tale altro biſogno, le porzioni pA, qB, rC, ec., che rappreſentino le altezze determinate relativamente alla linea del maſſimo fondo, le porzioni pG, qH, rI, ec., che rappreſentino le altezze determinate relativamente alla linea del pelo d' acqua, le porzioni pN, qO, rP, ec., che rappreſentino le altezze determinate relativamente alla campagna deſtra, e le porzioni pT, qV, rX, ec., che rappreſentino le altezze determinate relativamente alla campagna ſiniſtra.

11. Finalmente ſi facciano paſſare per gli punti A, B, C, D, E, F la linea ABCDEF, per gli punti G, H, I, K, L, M la linea GHIKLM, per gli punti N, O, P, Q, R, S la linea NOPQRS, e per gli punti T, V, X, Y, Z la linea TVXYZ.

S' avranno relativamente a un' iſteſſa linea di livello vero colla linea ABCDEF il profilo del maſſimo fondo del fiume, colla linea GHIKLM il profilo del pelo d' acqua nel tempo delle operazioni, colla linea NOPQRS il profilo della campagna deſtra adiacente al fiume, e colla linea TVXYZ il profilo della campagna ſiniſtra adiacente anche al fiume.

AVVERTIMENTO I.

240. Si noti che nel fare i profili già detti relativamente a' fiumi, ſi procura di riferire ſempre la linea di livello vero, a cui ſi rapportano i profili, a qualche ſegno inalterabile; e ciò ſi fa, perchè ſi poſſa ſempre in avvenire conoſcere, ſe il fiume ha ſofferto alterazione per riguardo del ſuo fondo. E ſi noti altresì che ai detti profili ſi aggiugne anche quello del pelo d' acqua nelle maſſime piene.

AVVERTIMENTO II.

241. Oltre i profili già detti relativamente a un fiume, ſi rappreſentano anche ſulla carta tutte le ſezioni, notate già ſulla pianta, a queſto modo. Rappreſenti BCXDE una delle dette ſezioni immaginate in un fiume, e notate nella ſua pianta. 1. Si metta la livella in A, poco diſtante dall' eſtremo ſuperiore d' una delle ripe, e nella direzione della ſezione, che ſi deve ſulla carta rappreſentare. 2. Colle aſte fatte verticalmente, e ſucceſſivamente ſituare in B, C, D, E ſi facciano miſurare le diſtanze di tali punti dal raggio di mira LM, e nell' iſteſſo tempo ſi facciano miſurare le diſtanze orizzontali e de' punti B, e C, e de' punti D, ed E. Tutte le miſure ſi notino *Fig.* 104.

nello schizzo, che ſuppongo eſſere l' iſteſſa figura BCXDE. 3. Per la direzione del pelo d' acqua CD da dieci in dieci palmi di diſtanza ſi facciano miſurare le profondità dell' acqua, e nello schizzo ſi notino e tali diſtanze, e tali profondità corriſpondenti. Però per miſurare cotali profondità o un uomo, quando la profondità dell' acqua il permette, va camminando per entro del fiume con un aſta diviſa il pal., onc., e minuti, e con una tavoletta inchiodata nell' eſtremo inferiore, acciò non poſſa l' aſta penetrare nel terreno molle del fondo, o, quando la medeſima profondità è grande, un uomo va movendoſi ſul fiume con un battello, e con uno scandaglio va miſurando le dette profondità lungo una fune diſteſa da C a D, e co' ſegnali poſti da dieci in dieci palmi. 4. Finalmente dalle miſure notate nello schizzo ſe ne ricavi il diſegno del modo già inſegnato. S' avrà in tal maniera rappreſentata la ſezione BCXDE; nella quale ſezione rappreſentata ſulla carta ſi noteranno anche, ſe se ne troveranno memorie, i peli delle acque nelle grandi, e diverſe eſcreſcenze accadute, colla notizia de' tempi, ne' quali ſono accadute.

CAP.

CAP. III.

Della livellazione per fare i profili neceſſarj di qualunque terreno, a fine di conoſcerne le ineguaglianze, che ha in tutta la ſua eſtenſione.

PROBL. IV.

242 *Fare coll' ajuto della livellazione i profili neceſſarj d' un terreno, per conoſcerne le ineguaglianze, che ha in tutta la ſua eſtenſione.*

SOLUZIONE.

1. Si levi del terreno la pianta, e ſia eſſa ABCDE. *Fig.* 105.

2. Volendo fare i profili per direzioni parallele al lato rappreſentato da AB, ſi divida la pianta colle rette LM, NO, PQ, RC, ec., tutte parallele ad AB, e diſtanti l'una dall'altra di 5 canne, o più, o meno ſecondo ſi giudica conveniente.

3. Si divida AB anche da cinque in cin-

cinque canne, e per gli eſtremi di tali parti ſi tirino nell' iſteſſa pianta le perpendicolari ad AB, e le altre parallele ad eſſe cogl' iſteſſi intervalli tra eſſe, come dimoſtra la figura.

4. Si facciano ſucceſſivamente ſul terreno ne' ſiti, e nelle direzioni, notate nella pianta colle rette AB, LM, NO, PQ, RC, ES, ec., le livellazioni, con miſurare le verticali in tutt' i punti corriſpondenti a quelli, che ſi veggono notati nella pianta in ciaſcuna delle dette rette; e di ciaſcuna di sì fatte livellazioni ſe ne faccia il ſuo particolare ſchizzo. Però nel fare ſucceſſivamente le dette livellazioni, ſucceſſivamente ſi determinino le differenze, che paſſano tra le linee di vero livello, a' quali ſi rapportano le verticali, che ſi miſurano ne' punti del terreno, corriſpondenti a quelli, che ſono con A, L, N, P, ec. notati nella pianta.

5. Le verticali notate in tutti gli diverſi ſchizzi relativamente a diverſe linee di vero livello, eſiſtenti in piani orizzontali diverſi, ſi riducano coll' ajuto delle dette differenze determinate alle lunghezze, che debbono avere per rapportarle a linee di vero livello, eſiſtenti in un iſteſſo piano di livello vero.

6. Dagli ſchizzi, fattene delle verticali notate in eſſi le dette riduzioni, ſi ricavino i profili del terreno per tutte le direzioni, che nella pianta vengono notate colle rette

AB,

AB, LM, NO, PQ, RC, ES, ec..

S' avranno in tal modo tutt' i profili cercati.

AVVERTIMENTO I.

243. Dalle altezze, che ſi trovano notate ne' profili, corriſpondenti a' punti ſegnati nella pianta del terreno, ſi conoſce quali punti del terreno ſono alti, e quali baſſi, e di quanto. Poichè, ſuppoſte le orizzontali eſſere ſuperiori ne' profili, ſono alti que' punti del terreno, a' quali corriſpondono ne' profili altezze minori, e baſſi quei, a' quali corriſpondono altezze maggiori; e ſi conoſce di quanto uno de' detti punti è più alto d' un altro dalla differenza delle altezze, che ſi trovano appartenere ne' profili a' punti corriſpondenti.

AVVERTIMENTO II.

244. Quando non v' è biſogno di conoſcere gli andamenti del terreno ſecondo le direzioni, per le quali ſi ſono fatte le livellazioni, ma ſi vogliono ſolamente conoſcere le ineguaglianze, che ha ne' punti notati nella pianta, ſi poſſono allora riſparmiare i profili, procedendo a queſto modo.

1. Si riducano tutte le altezze, notate ne' ſchizzi relativamente a linee di vero livello eſiſtenti in piani orizzontali diverſi, a linee

di

di livello vero esistenti in un istesso piano orizzontale: e, sceltane una ad arbitrio, si noti il zero nella pianta in corrispondenza del punto, a cui essa s' appartiene; come altresì si noti il zero nell' istessa pianta in corrispondenza d' ogni altro punto, a cui si trova appartenere un' altezza, che sia ad essa uguale. 2. Dall' altezza scelta ad arbitrio si sottraggano tutte le altre, che si trovano essere minori di essa, e le differenze si notino nella pianta in corrispondenza de' punti, a' quali tali altezze sottratte appartengono, con notarvi anche a lato di ciascuna di esse la lettera A. 3. L' istessa altezza scelta ad arbitrio si sottragga da tutte le altre, che si trovano essere maggiori di essa; e le differenze si notino pure nella pianta in corrispondenza de' punti, a' quali le dette altezze s' appartengono, con notarvi a lato di ciascuna di esse il B. Si hanno in tal modo nella pianta istessa notate le ineguaglianze del terreno; e contrassegnano i numeri, che hanno a lato la A, di quanto i punti corrispondenti del terreno sono più alti di quelli, che corrispondono a' punti della pianta notati col zero, e i numeri, che hanno a lato il B, di quanto i punti corrispondenti del terreno sono più bassi dei medesimi, che corrispondono a' punti della pianta notati col zero.

AVVERTIMENTO III.

245. Se ABCDE rappresenta un lago, o uno stagno d'acqua, e si vuole conoscere il fondo in tutta la sua estensione; non occorre allora far uso della livella servendo l'acqua istessa di livella esattissima. L'operazione intanto si deve in sì fatto caso eseguire, secondo anderemo insegnando nel seguente.

PROBL. V.

246. *Fare i profili necessarj per poter conoscere le ineguaglianze, che ha in tutta la sua estensione il fondo di qualunque lago, o stagno d'acqua.*

SOLUZIONE.

1. Si levi la pianta del lago, o stagno; e sia ABCDE; e sì fatta pianta si divida del modo già insegnato nel probl. prec..

2. Si prepari una lunga fune, con esservi in essa ligate da distanza in distanza de' pezzi di legno, che dovranno tenerla a galla sull'acqua, e con esservi nella sua lunghezza notate le distanze uguali, nelle quali sono nella pianta divise le linee AB, LM, NO, PQ, RC, ec..

3. Distesa la fune sull'acqua lungo la

di

direzione, che rappresenta AB, si misurino ne' punti corrispondenti ai segni notati nell' istessa fune, le profondità dell' acqua, e se ne facci lo schizzo, notandovi in esso e le profondità misurate, e gl' intervalli di esse.

4. Fatto ligare un estremo dell' istessa fune nel punto del terreno, rappresentato da L, si faccia l' altr' estremo condurre sull' acqua coll'ajuto d' un battello, finchè da terra s' osservi la fune interamente distesa sull' acqua, e nella direzione, che forma coll' ago d' una bussola l' istesso angolo, che s' è osservato formare col medesimo ago la direzione della retta rappresentata da AB.

5. Fatta ligare allora la fune distesa sull' acqua nella detta direzione coll' altro suo estremo al battello istesso fermato con un angora, coll'ajuto d' un altro battello si vadano successivamente misurando le profondità dell' acqua in tutt' i punti corrispondenti ai segni, che si veggono notati nella fune, e successivamente notando cogl' intervalli di esse nello schizzo, che si anderà formando.

6. Rivolto l' estremo della fune, ch' era nel punto rappresentato da L, dall' altra parte, lasciando l' altro fisso al battello, si distenda di nuovo la fune avanti nella medesima direzione di prima; e, replicando le medesime operazioni, si continui lo schizzo incominciato; e ciò si faccia finchè s' abbia l' intero schizzo della sezione corrispondente alla retta rappresentata da LM.

7.

7. Dell' istesso modo si vadano formando tutti gli altri schizzi delle sezioni corrispondenti alle rette rappresentate da NO , PQ , RC, ec..

8. Coll' ajuto di due scale del modo già insegnato si vadano dagli schizzi già formati ricavando i profili.

S' avranno in tal maniera tutt' i profili cercati.

AVVERTIMENTO I.

247. Dell' istesso modo si procede in fare tutt' i profili necessarj , per poter conoscere il fondo del mare in qualunque porto , o in qualunque altro suo sito . Però ciò , che s' è detto relativamente ai terreni ineguali ne' §§ 243 , e 244 , ha luogo anche relativamente ai fondi de' stagni , e de' laghi , de' porti, ec..

AVVERTIMENTO II.

248. Se ABCD rappresenta la pianta d' un lago ben orientata , con avervi esattamente notate in essa le direzioni de' venti , che si hanno nella bussola , si possono fare i profili necessari per conoscerne le ineguaglianze , e le profondità del suo fondo a quest' altro modo . 1. Si prenda nella pianta il punto O , che sia a un di presso nel mezzo di essa , e per O si tirino AC , EF , BD , GH , *Fig.* 106.

GH, ſecondo le direzioni, per le quali ſi ſtima conveniente fare i profili. 2. Si determinino ſul terreno i punti, che rappreſentano A, E, B, G, e ſi mettano in tali punti de' ſegnali. 3. S' eſplori con quali linee della roſa de' venti, notata ſulla pianta, ſono riſpettivamente parallele AC, EF, BD, GH, e conſeguentemente quali angoli formano AC, EF, BD, GH colla direzione dell' ago della buſſola. 4. Coll' ajuto della buſſola ſi vada ſucceſſivamente dirigendo la ſuddetta ſune dai punti del terreno rappreſentati da A, E, B, G, e per le direzioni, che formano con quella dell' ago i medeſimi angoli, che colla direzione dell' ago ſegnata ſulla pianta s' è conoſciuto fare le rette AC, EF, BD, GH; e ſucceſſivamente ſi vadano formando i ſchizzi delle ſezioni del lago, corriſpondenti alle rette rappreſentate da AC, EF, BD, GH. 5. Dagli ſchizzi già formati coll' ajuto di due ſcale ſi ricavino, ſecondo è ſtato già inſegnato, i profili delle dette ſezioni. S' avranno in tal modo tutt' i profili ſufficienti a farci conoſcere le ineguaglianze, e le profondità del lago in tutta l' eſtenſione del ſuo fondo.

AVVERTIMENTO III.

249. Dovrei qui ſoggiugnere il modo di fare i profili de' ſolidi, e conſeguentemente de-

degli edifizj, e delle opere di fortificazioni, ſuppoſte le ſezioni verticali fatte per direzioni qualſifieno: ma come tali profili ſi fanno ſenz' aver biſogno nè di livella ad acqua, nè di livella a cannocchiale; così mi contento di darne qui ſolo un eſempio ſempliciſſimo, che ſervirà per norma di tutti gli altri. Sia da farſi il profilo d' un muro a ſcarpa, che ha il piano ſuperiore inclinato al piano orizzontale, e ſia ABCDE la ſezione verticale di tale muro, che ſi deve ſulla carta rappreſentare. 1. S'adatti nel punto A del muro, e nella direzione della ſezione ABCDE una lunga riga di legno AG, e ſi metta eſſa in ſito orizzontale coll' ajuto dell' archipenzolo. 2. Si cerchi nella riga il punto F tale, che, calato da eſſo un picciolo peſo, ſoſtenuto con un filo, giunga tale peſo prima in B, e poſcia in C; e ſi miſurino AF, FB, FC, e tali miſure ſi notino nello ſchizzo, che ſi va facendo del profilo. 3. Si cacci tanto l' eſtremo G della riga fuori del muro, e tanto dal medeſimo eſtremo ſi faccia ſcendere il detto peſo, che giunga finalmente in D. 4. Ritirata allora la riga, ſi miſurino AG, GD, e tali miſure ſi notino nello ſchizzo. 5. Si prepari una ſola ſcala, che poſſa eſprimere pal., onc., e min.; e, tirata ſulla carta ag, ſi taglino da eſſa af, ag, ch' eſprimano in parti della ſcala le rette AF, AG, per quanto ſi trovano notate nello ſchizzo. 6. Da a, f, g s' in-

Fig. 107.

nal-

nalzino su ag delle perpendicolari, e ſi taglino fb, fc, gd, ch' eſprimano in parti della ſcala le FB, FC, GD, per quanto ſi trovano pure notate nello schizzo; come altresì ſi tagli ae = gd. 7. Finalmente ſi congiungano le rette ab, bc, cd, de, ea. Sarà abcde il profilo cercato.

CAP. IV.

Dell' uſo della livellazione, e de' profili nel calcolare le quantità delle terre, che occorre calcolare, qualora ſi tratta di fare de' tagli de' terreni.

PROBL. VI.

Fig. 108. 250. *Rappreſenti ABCDEF un terreno ineguale. Inſegnare il modo di calcolare e la quantità di terra da togliere in alcuni ſiti di tale terreno, e la quantità da aggiugnere in altri, ſe ne occorre da aggiugnere, per ridurre la ſua ſuperficie a un piano, che paſſi per A, e che proceda con una data pendenza da A verſo B, e con un' altra data pendenza da AB verſo DE.*

SOLUZIONE.

1. S' espolcri il terreno, e la ſua ſuperficie ſi diſtribuiſca ne' triangoli ABG, AGF, BGH, BHC, CHD, DHE, EHG, EGF a un di preſſo piani, ne' quali ſi può comodamente diſtribuire, mettendovi ne' vertici degli angoli di eſſi de' ſegnali.

2. Si levi la pianta di tale terreno, e ſi rappreſenti ſulla carta colla figura abcdef, rappreſentandovi in eſſa co' triangoli abg, agf, bgh, bhc, chd, dhe, ehg, egf le piante de' triangoli ABG, AGF, BGH, BHG, CHD, DHE, EHG, EGF.

3. Si metta la livella in A, ſuppoſto eſsere A il punto più alto, e 'l punto, da cui sieno viſibili tutti gli altri, e con eſſa alle aſte, poſte verticalmente in B, C, D, E, F, G, H, ſi dirigano i raggi orizzontali LM, LN, LO, LP, LQ, LR, LS; e si notino tutte le altezze LA, MB, NC OD, PE, QF, RG, SH.

4. Suppoſto che la ſuperficie del terreno debba ridurſi a un piano, che abbia di pendenza da A verſo B un' oncia a palmo, e da AB verſo DE onc. 1. $\frac{2}{3}$ a palmo; e, calate dai punti e, f, g, d, hc su ab le perpendicolari ei, fk, gl, dm, h, n, co, si misurino relativamente al punto E di quanti palmi ſono le orizzontali rappresentate da ai, ei. Suppoſto eſſere la prima di 5 palmi,

e l'altra di palmi 25, sarà il punto del piano, al quale si deve ridurre la superficie del terreno corrispondente al punto E, sotto il livello del punto A di onc. 5. a cagione della prima delle dette pendenze, e di onc. 37. $\frac{1}{2}$ a cagione della pendenza seconda, vale a dire di onc. 42 $\frac{1}{2}$. E perciò, aggiugnendo all' altezza AL già misurata onc. 42. $\frac{1}{2}$, s' avrà la distanza del punto del detto piano, corrispondente ad E. dal punto P, ch' è di livello col punto L.

5. Dell' istesso modo si vadano determinando le distanze de' punti del medesimo piano, corrispondenti a B, C, D, F, G, H, dai punti M, N, O, Q, R, S, che sono tutti di livello con L.

Fig. 109. 6. Rappresentino AbG il triangolo ABG della figura prec., e AL, BM, GR le verticali AL, BM, GR dell' istessa figura prec.; e rappresenti di più AIK la porzione del detto piano, che deve corrispondere al triangolo ABG. S' avranno, congiunte le rette LM, MR, RL, due prismi rettangoli troncati LMRGAB, LMRIAK; e saranno noti non solamente i lati LA, RG, MB del primo, ma anche i lati LA, RI, MK del secondo. Si determini dunque la quadratura del triangolo LMR, determinando nella figura prec. la quadratura del triangolo abg, e si moltiplichi tale quadratura prima pel terzo della somma di LA, MB, RG, e poscia pel terzo di LA, MK, RI. S' avrà col pri-

primo prodotto la solidità del prisma LMRGAB, e col prodotto seconda la solidità del prisma LMRIAK (§. 195). La differenza di tali solidità darà la quantità di terra da togliere, o da aggiugnere nel fito ABG, perchè venghi il terreno in tale fito colla sua superficie al detto piano.

7. Dell' istesso modo si proceda relativamente a tutti gli altri triangoli, ne' quali s'è distribuita la superficie intera del terreno.

La somma delle quantità di terra da togliere ne' siti, ne' quali conviene toglierla, e la somma delle quantità di terra da aggiugnere ne' siti, ne' quali conviene aggiugnerla, danno le quantità delle terre da calcolare.

AVVERTIMENTO I.

251. Se, fatti i detti calcoli relativamente a un terreno, si trovano le quantità di terra da togliere in alcuni siti, e da aggiugnere in altri disuguali; l'eccesso d'una di tali quantità sull' altra dà la quantità della terra da doversi o trasportare fuori di sì fatto terreno, o portare dal di fuori in esso, per ridurlo colla sua superficie al pian cercato. Se poi le medesime quantità si trovano uguali: allora si riduce il terreno colla superficie al piano cercato, senza bisogno di portar fuori di esso della terra, nè prenderne dal di fuori.

AVVERTIMENTO II.

Fig. 108. 252. Se si deve ridurre il detto terreno ABCDEF colla superficie a un piano orizzontale, che passi per A: allora si debbono tutte le distanze de' punti M, N, O, P, Q, R, S dal detto piano orizzontale prendere uguali ad AL. Del resto circa i calcoli delle quantità delle terre da aggiugnere in alcuni siti, e da togliere in altri si procederà del modo già insegnato.

AVVERTIMENTO III.

253. Se mai si deve ridurre il terreno ABCDEF colla superficie a un piano orizzontale, senza niente di terra portare al di fuori di esso, nè niente prenderne dal di fuori; allora, supposto che D sia il punto più basso di tale terreno, si deve prima calcolare del modo già insegnato tutta la quantità della terra sopraſtante al piano orizzontale, che passa per D; eposcia si deve la solidità della terra calcolata dividere per la quadratura della pianta del terreno. S' avrà in tal modo l' altezza, alla quale deve giugnere il terreno sopra del punto D; onde s' avrà la distanza dal punto O, e conseguentemente de' punti L, M, N, P, Q, R, S dalla superficie, alla quale deve il terreno giugnere. Per la qual cosa, se si porterà il terreno da pertutto al livello de' punti,

ti, che dinotano le dette distanze da L, M, N, O, P, Q, R, S, si ridurrà il terreno colla superficie a un piano orizzontale, senza niente di terra portare al di fuori di esso, ne' niente prenderne dal di fuori.

AVVERTIMENTO IV.

254. Si noti finalmente che, quando si deve ridurre un terreno effettivamente colla superficie a un piano di data pendenza; supposto essere ABCDE il profilo fatto per una sua direzione, e supposto che per tale direzione deve avere, procedendo da A verso E, la pendenza d' un oncia a palmo; si conoscerà di quanto si dovrà scavare il terreno, o innalzare in qualunque punto esistente nella direzione, per coi s'è fatto il profilo, a questo modo. S' esplori prima quanti palmi dinota LM, e si prenda MF che dinoti tante once di più di LA, quante ne disegna il numero de' palmi, ch' esprime LM. Poscia da F ad A si distenda un sottilissimo filo AF. Disegneranno BG, DH le profondità da scavare in B, e D, ed SC, FE le altezze da dare al terreno in C, ed E. *Fig.* 110.

LEMMA.

255. *Determinare la solidità del corpo ABCDEF, terminato dai due triangoli DAE, CBF, e dai tre trapezj ABCD, ABFE, CDEF.* *Fig.* 111. e 112.

SO-

SOLUZIONE.

I. Se FE è maggiore, o minore d' ambi i lati AB, CD; tagliate AG, e DH uguali ad EF, e congiunte le rette EF, FH, GH, sarà il solido ABCDEF uguale al prisma triangolare DAEFGH, toltane, o aggiuntane la piramide quadrangolare, che ha per base il trapezio BCHG, e per vertice il punto F. Sicchè se si moltiplicano la base AGHD del detto prisma per la metà della sua altezza (§. 191), e la base BGHC della detta piramide pel terzo dell' altezza sua, la differenza, o la somma di tali prodotti darà la solidità del solido ABCDEF.

II. Se EF è minore di AB, e maggiore di CD. Fatto il parallelogrammo ABID, e tagliate AG, DH ambedue uguali ad EF, e di più congiunte le rette FG, FH, GH, FI, sarà il solido ABCDEF uguale alla somma del prisma triangolare DAEFGH, e della piramide quadrangolare BGHIF, toltane la piramide triangolare BICF. Sicchè, se si moltiplicano la base AGHD del detto prisma per la metà della sua altezza, la base BGHI della prima piramide pel terzo dell' altezza sua, e la base BIC dell' altra piramide pel terzo dell' istessa altezza, la somma de' due primi prodotti, toltone il prodotto terzo, darà la solidità del corpo ABCDEF.

PRO-

PROBL. VII.

256. *Rappresentino abcd la pianta d' un fosso da scavare in un terreno, abfe, dchg le piante delle sue scarpe, ABCDE il profilo di tale terreno, fatto nella direzione di lm, e sieno le dette piante fatte coll' istessa scala adoperata per rappresentare nel profilo le distanze orizzontali; e di più rappresenti ABCDEON l' intero taglio verticale, che deve giugnere fino al fondo, denotando NO la pendenza del fondo. Insegnare il modo di calcolare la quantità della terra da scavare per avere sì fatto fosso.* Fig. 112. e 113.

SOLUZIONE.

1. Si tirino nella pianta le rette ad, ik, Ww, ec. perpendicolari ad lm, e tali, che le corrispondenti nella superficie del terreno racchiudano figure a un di presso piane, da potersi ognuna di esse prendere per un parallelogrammo, o per un trapezio.

2. S' intendano fatte nel canale da scavare, e nella direzione delle rette rappresentate da ad, ik, Ww, ec. delle sezioni verticali. Supposto che rappresentino pqrs, vxyt le sezioni corrispondenti alle rette rappresentate da ad, ik, e pqrstvxy il solido di terra racchiuso tra tali sezioni; saranno di sì fatto solido noti per la pianta i lati pq, rs, xv, yt, perchè pq = ad, rs = eg, xv = ik

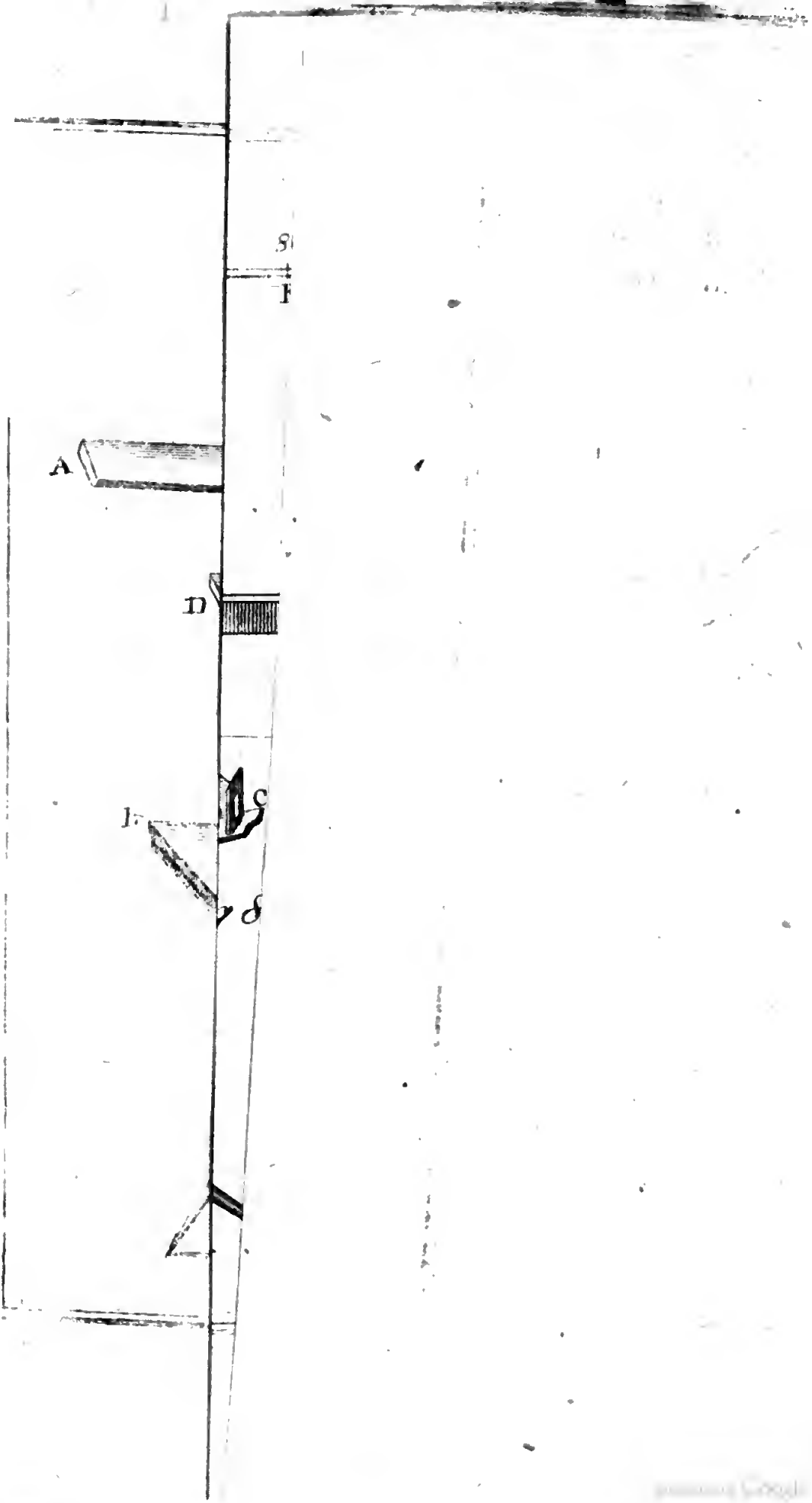
= ik, e yt = no, pel profilo, note le altezze de' trapezj pqrs, vxyt, perchè la prima è uguale ad AN, e la ſeconda à BQ: e tanto per la pianta, quanto pel profilo ſarà nota la ſua altezza. Sicchè, tirate le rette yq, tp, ſi determinerà il ſolido pqstvxy, determinando ſecondo s'è già inſegnato nel lem. prec. si il ſolido pqrsty, che il ſolido vxytpq.

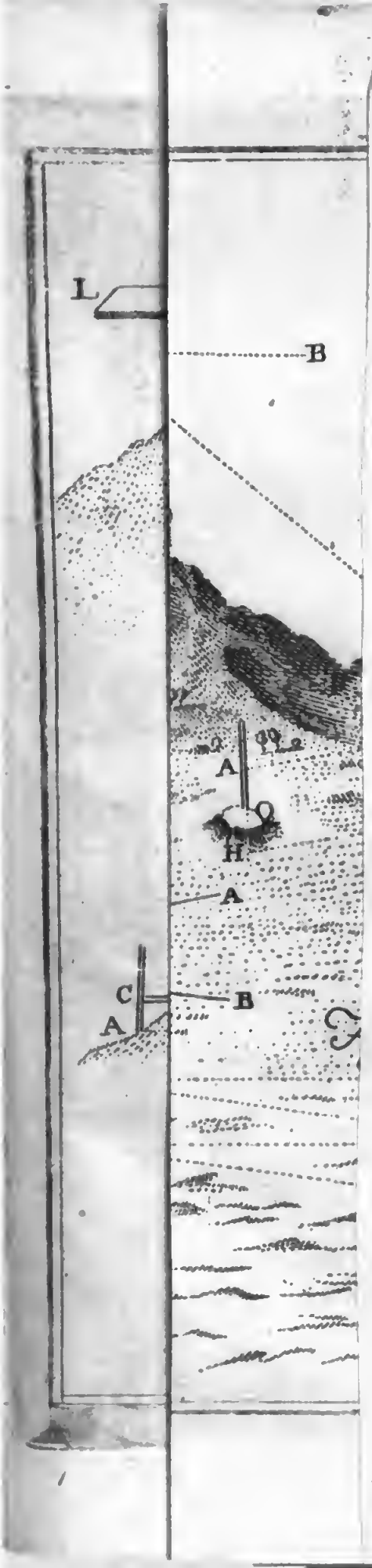
3. Dell' iſteſſo modo ſi determinino tutti gli altri ſolidi racchiuſi tra le altre ſuppoſte ſezioni del foſſo.

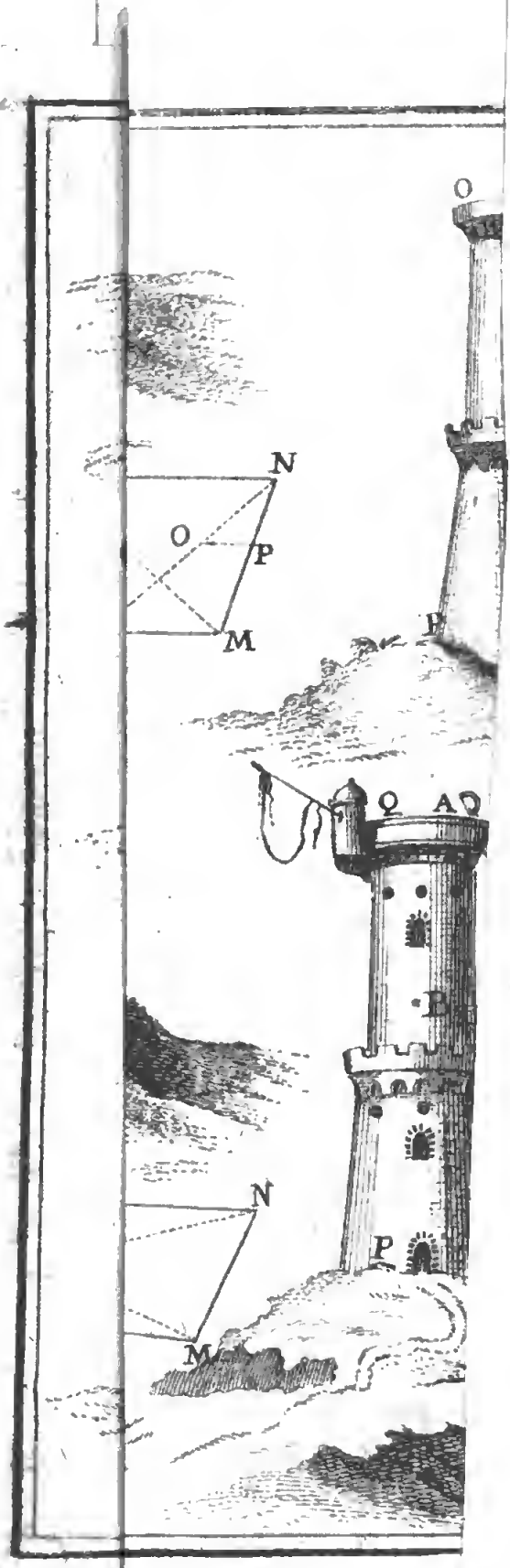
S' avrà colla ſomma di sì fatti ſolidi calcolati tutt' il ſolido di terra da ſcavare.

Fine del libro terzo.

606446


A
D


L
B
A
H
A
C
B
A


O
N
O
P
M
E
Q
A
D
E
N
P
M

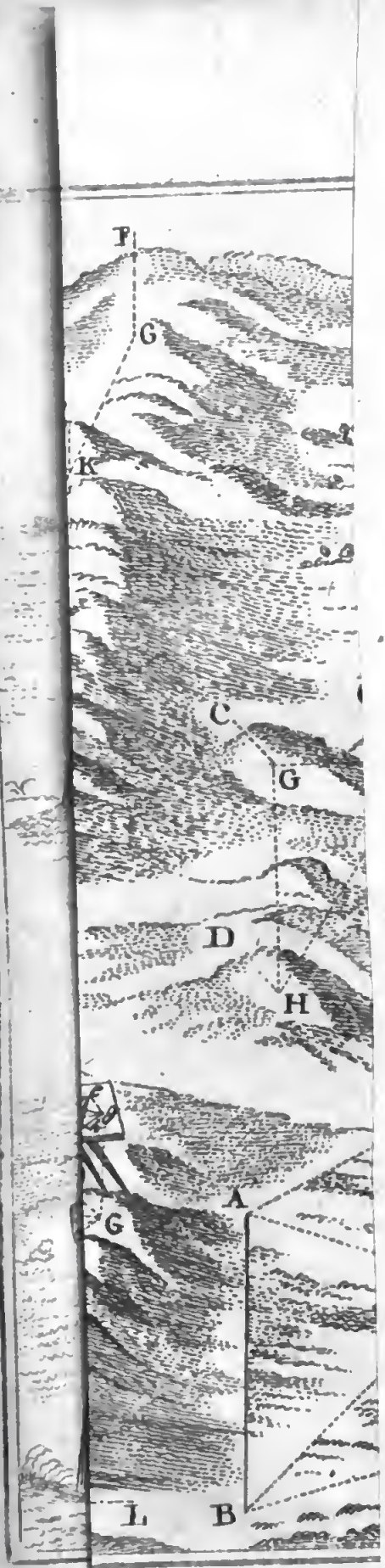
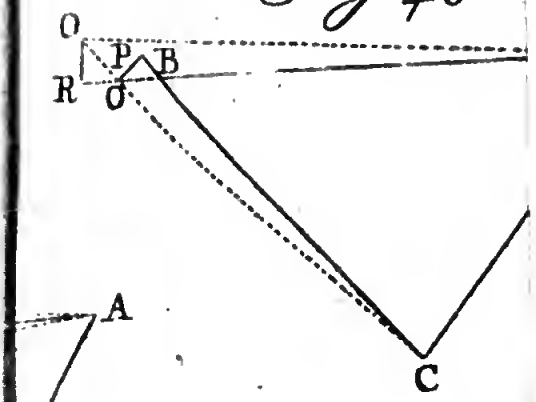

F
G
K
C
G
D
H
A
G
L
B

Fig. 40.

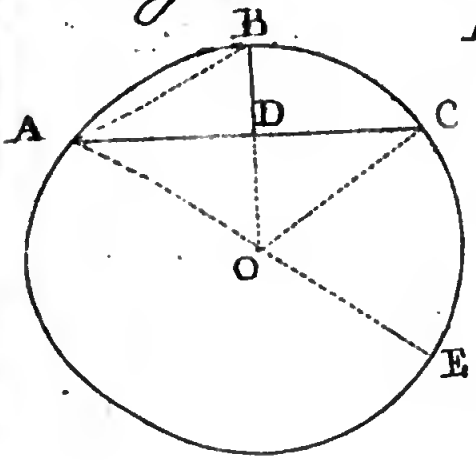


C

L

A

Fig 41



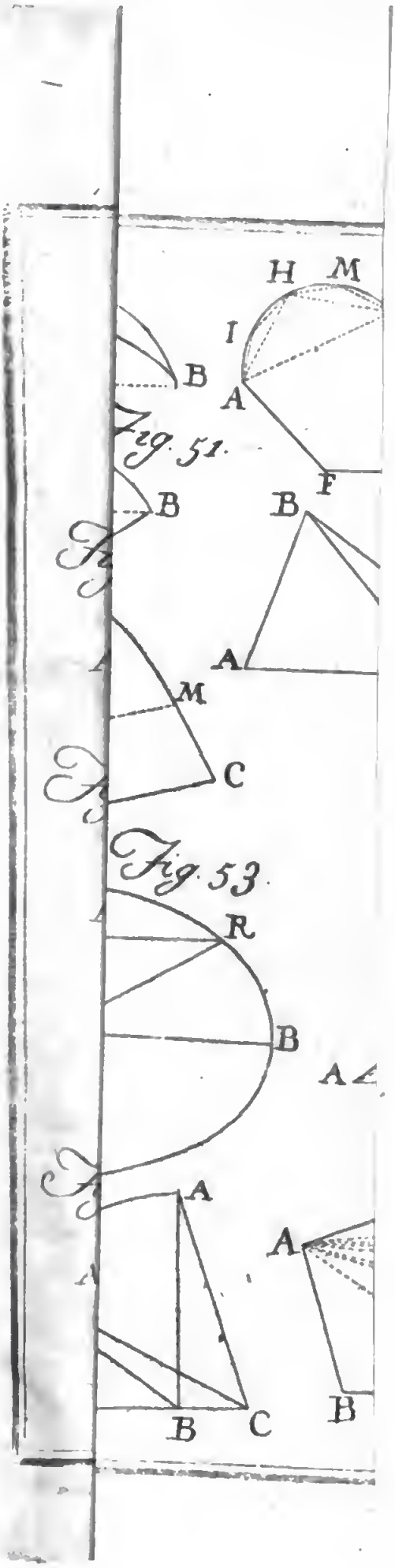
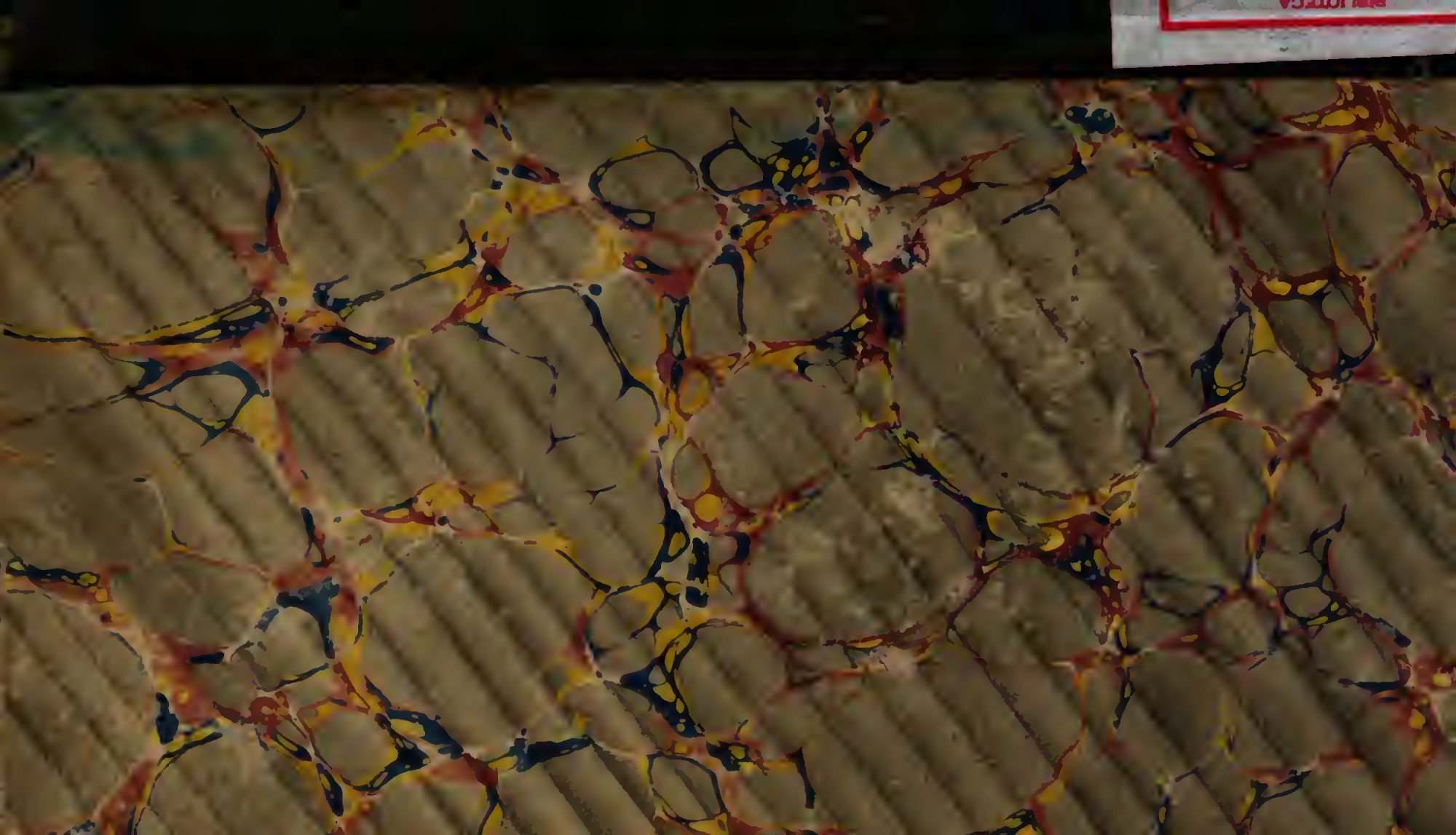



Fig. 51.
Fig. 53.